

# МОНИТОРИНГ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРИРОДНЫХ И ТЕХНОГЕННЫХ РИСКОВ

---

---

## К ВОПРОСУ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИИ НЕЙРОННОЙ СЕТЬЮ

**А.Ю. Лабинский, кандидат технических наук, доцент;**

**О.В. Уткин.**

**Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России**

Рассмотрены особенности использования нейронных сетей для аппроксимации функций. Приведены логическая структура нейронной сети и этапы решения задачи аппроксимации с помощью искусственных нейронных сетей. Искусственная нейронная сеть реализована в виде программы на ЭВМ.

*Ключевые слова:* искусственный нейрон, искусственные нейронные сети, компьютерная программа, математическая модель

## PROBLEM OF USE THE NEURAL NETWORKS FOR THE FUNCTION APPROXIMATION

A.Yu. Labinskiy; O.V. Utkin.

Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

This article presents the problem of use the neural networks for the function approximation. The synthetic neural network to realize in form the mathematical model and computing program.

*Keywords:* synthetic neuron, synthetic neural networks, computing program, mathematical model

В целях снижения техногенных рисков и повышения эффективности деятельности подразделений МЧС России большое значение имеет определение закономерностей возникновения чрезвычайных ситуаций путем создания математических моделей сложных технологических объектов и систем. В процессе создания математических моделей важную роль играет подбор аппроксимирующих зависимостей, который может быть осуществлен с помощью такого универсального средства, как нейронная сеть.

Нейронная сеть представляет собой математическую модель, представленную в виде системы взаимодействующих между собой искусственных нейронов [1]. Основным отличием такой математической модели является возможность обучения, которая заключается в нахождении значений коэффициентов связи между искусственными нейронами сети. Процесс обучения нейронной сети позволяет определять зависимости между входными и выходными данными, то есть производить моделирование числовых характеристик исследуемого объекта, в том числе выполнять аппроксимацию [2].

Аппроксимацией или приближением функции  $F(x)$  называется процесс моделирования функции  $G(x)$  (нахождение аппроксимирующей функции  $G(x)$ , которая близка к функции  $F(x)$ , то есть удовлетворяет критериям близости функций  $F(x)$  и  $G(x)$ ). В качестве примеров такой аппроксимации можно привести разложение функции в ряд

Тейлора, в результате которого производится замена функции степенным многочленом, а также приближенное вычисление интеграла. Аппроксимация позволяет исследовать качественные свойства и числовые характеристики объекта с помощью более простых или более удобных и универсальных математических моделей, таких как нейронные сети. Нейронные сети могут аппроксимировать любые непрерывные функции с заданной точностью [3]. Многослойная нейронная сеть, имеющая соответствующее количество слоев и соответствующие значения параметров нейронов, может моделировать на выходе произвольную многомерную функцию. Как и математические ряды (степенные многочлены), искусственные нейронные сети являются универсальным инструментом аппроксимации функций [4].

Схема нейронной сети с блоками обучения и вычисления ошибки представлена на рис. 1.

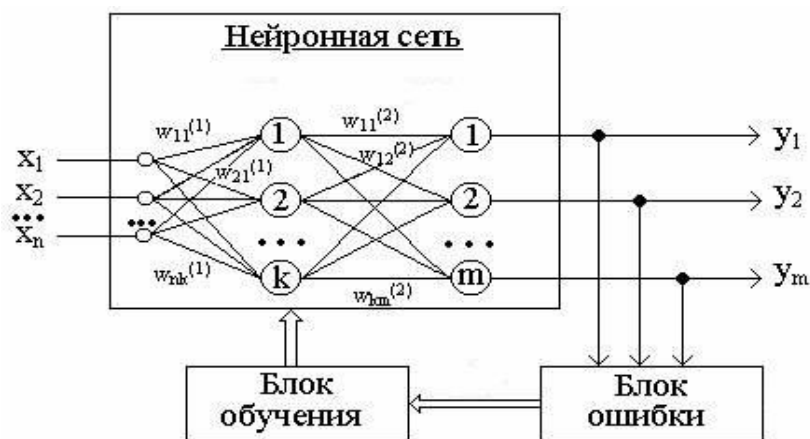


Рис. 1. Нейронная сеть с блоками обучения и вычисления ошибки

Нейронная сеть состоит из искусственных (формальных) нейронов. Основной функцией искусственного нейрона является формирование выходного сигнала в зависимости от сигнала на входе [5]. Искусственный нейрон имеет односторонние входные связи с выходами других нейронов. Каждая входная связь нейрона характеризуется коэффициентом связи (синаптическим весом). Значение каждой компоненты входного сигнала умножается на соответствующий коэффициент связи и суммируется в сумматоре. Таким образом, искусственный нейрон обрабатывает входные сигналы путем адаптивного суммирования. Модель искусственного нейрона представлена на рис. 2.

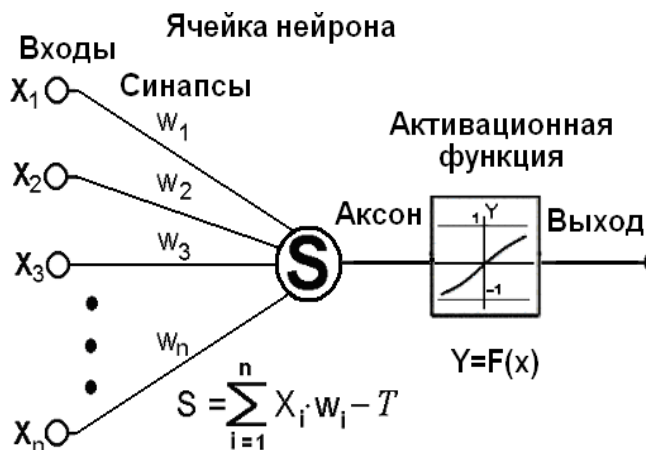


Рис. 2. Модель искусственного нейрона

Текущее состояние искусственного нейрона определяется с помощью взвешенной суммы значений входных сигналов [6]:

$$S = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot x_i - T,$$

где  $S$  – результат суммирования;  $n$  – число входов нейрона;  $\omega_i$  – коэффициент связи;  $x_i$  – компонента вектора входного сигнала;  $T$  – значение смещения.

Выходной сигнал сумматора поступает в нелинейный преобразователь, где преобразуется функцией активации (передаточной функцией) и подается на выход искусственного нейрона. Функции активации (передаточные функции) нейронов фиксированы, а коэффициенты связи (синаптические веса) являются параметрами искусственной нейронной сети и могут изменяться (настраиваться). Если функция активации нейрона не линейна, то возможности нейронной сети становятся выше возможностей одного нейрона [7].

Выбор архитектуры искусственной нейронной сети зависит от сложности моделируемого объекта. При моделировании искусственной нейронной сети можно выделить следующие этапы [8]:

- создание сети (выбор количества слоев и количество нейронов в каждом слое);
- обучение сети (подготовка и нормализация входных и выходных данных – создание обучающей выборки);
- тестирование сети (подготовка данных, которые не участвовали в обучении сети – создание тестовой выборки);
- использование сети для моделирования исследуемого объекта (аппроксимации заданной функции).

### Модель нейронной сети

В целях аппроксимации функции была создана трехслойная искусственная нейронная сеть прямого распространения (однонаправленная сеть без обратных связей), содержащая 20 нейронов во входном слое (распределительный слой), 20 нейронов в скрытом слое и один нейрон в выходном слое (рис. 3).

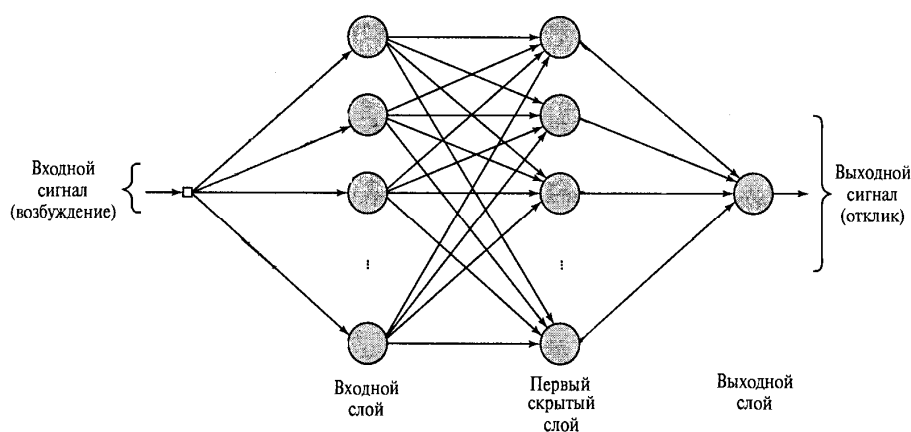


Рис. 3. Схема расчетной модели нейронной сети

В качестве функции активации (передаточной функции) использовались линейная функция и гиперболический тангенс (рис. 4).

$$\text{th}(NET) = \frac{e^{NET} - e^{-NET}}{e^{NET} + e^{-NET}}$$

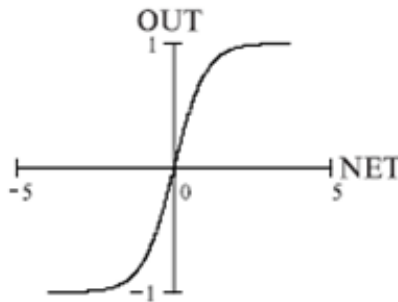


Рис. 4. Функция активации – гиперболический тангенс

Целью обучения искусственной нейронной сети является получение таких значений коэффициентов связи (синаптических весов), которые обеспечивают для множества значений входных данных требуемое множество значений выходных данных [1]. В качестве обучающего алгоритма был выбран модифицированный алгоритм обучения Розенблатта [2], который в общем виде может быть представлен следующим образом:

$$\omega_{i+1} = \omega_i + \alpha * \Delta \omega_i,$$

где  $\alpha$  – коэффициент обучения, который находится в диапазоне от 0 до 1. Коэффициент обучения  $\alpha$  может быть постоянным или адаптивным (зависящим от номера итерации процесса обучения). Величина  $\Delta \omega_i$  зависит от величины ошибки обучения, определяемой путем сравнения выходных значений нейронной сети с требуемыми выходными значениями обучающей выборки. В данной искусственной нейронной сети использовалась средняя квадратичная ошибка, определяемая по формуле:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2.$$

Рассмотренная искусственная нейронная сеть была реализована в виде программы на ЭВМ, интерфейс которой представлен на рис. 5.

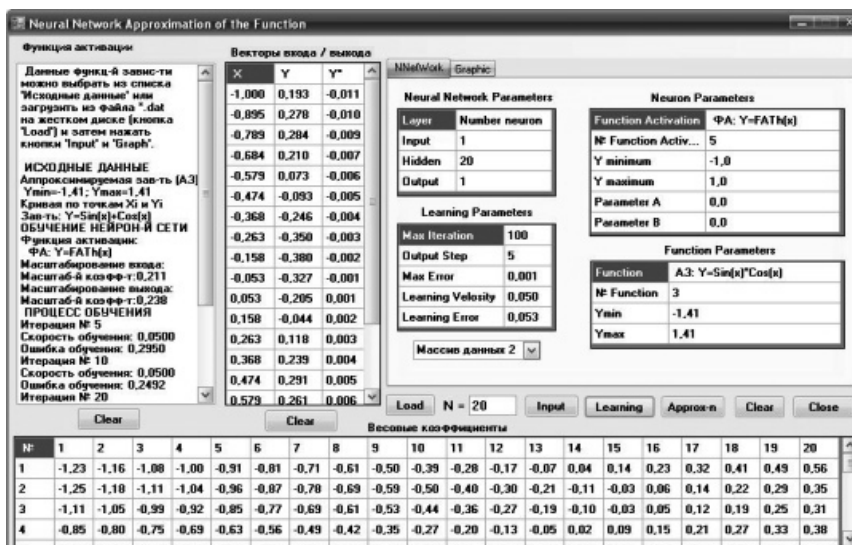


Рис. 5. Интерфейс программы аппроксимации функций нейронной сетью

На каждом цикле обучения на вход сети последовательно подаются все компоненты входного вектора. Получаемые выходные значения сравниваются со значениями выходного вектора обучающей выборки. Далее вычисляется значение средней квадратичной ошибки, которое используется для корректировки коэффициентов связи (синаптических весов).

При использовании в качестве функции активации гиперболического тангенса на вход сети подавался вектор данных, компоненты которого расположены на отрезке  $[-1, 1]$ . Размерность вектора  $N=20$ . Выходной вектор имеет компоненты, соответствующие компонентам входного вектора. В качестве обучающих зависимостей были использованы следующие функциональные зависимости:

$$-Y=1-\text{Exp}(-a*X)*\text{Cos}(b*X);$$

$$-Y=\text{Sin}(X)*\text{Cos}(X);$$

$$-Y=a*\text{Sin}(\text{Log}_{10}(X)).$$

Графики обучающих зависимостей представлены на рис. 6.

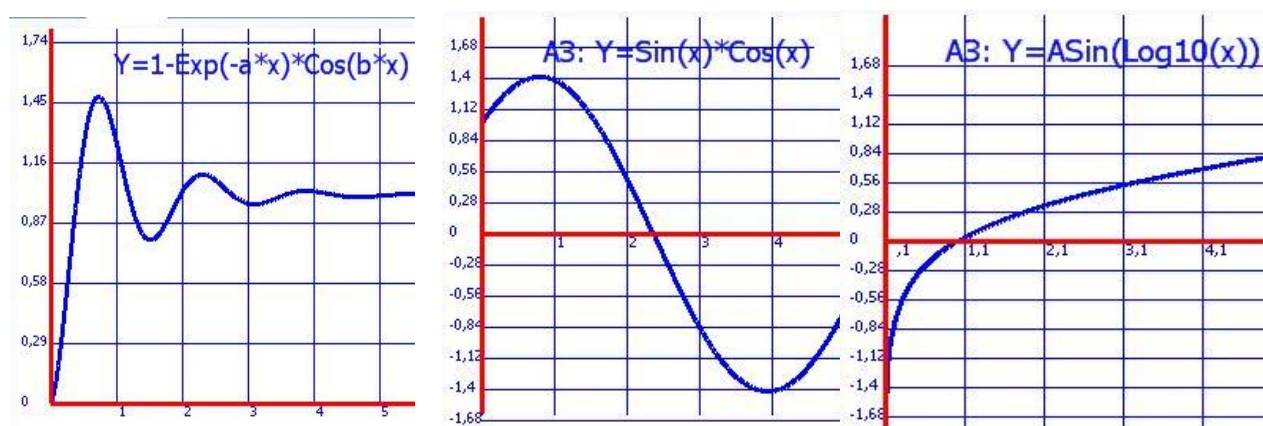


Рис. 6. Графики обучающих зависимостей

Тестовая выборка – входной вектор данных, зашумленных со средним значением шума от 5 % до 15 % и распределенным по равномерному закону. Результаты аппроксимации указанных функций представлены на рис. 7–9 (сплошная линия – аппроксимирующая зависимость при отсутствии шума, пунктирная линия – при наличии шума).

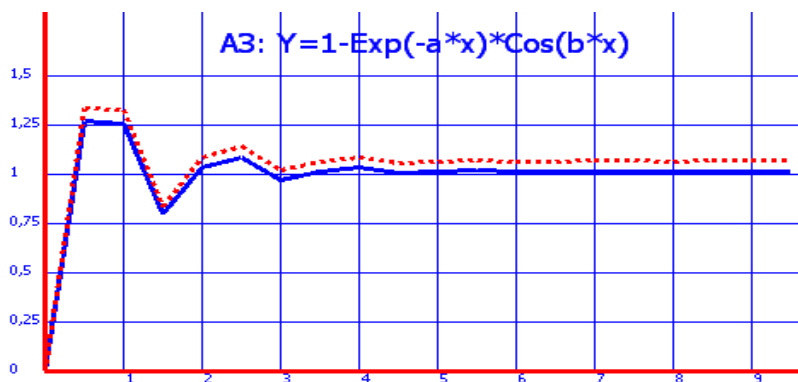


Рис. 7. Аппроксимация функции  $Y=1-\text{Exp}(-a*X)*\text{Cos}(b*X)$

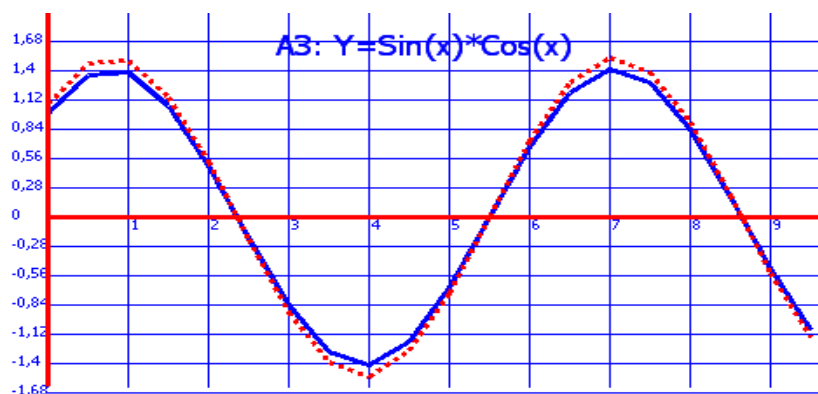


Рис. 8. Аппроксимация функции  $Y = \sin(X) \cdot \cos(X)$

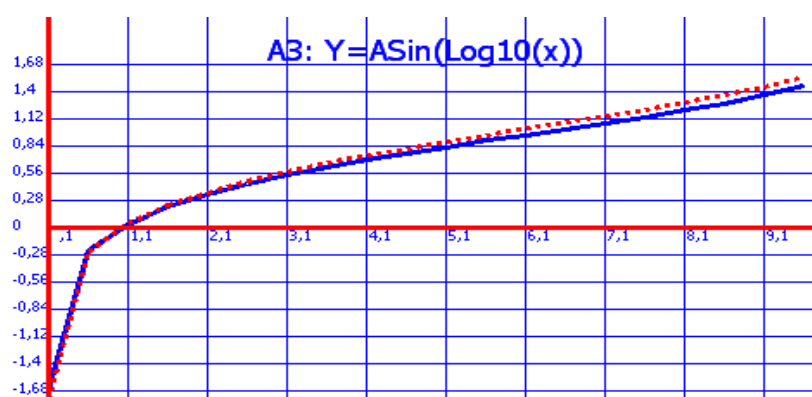


Рис. 9. Аппроксимация функции  $Y = a \cdot \sin(\log_{10}(X))$

Результаты тестирования показали, что созданная модель трехслойной искусственной нейронной сети прямого распространения способна обеспечить приемлемую степень аппроксимации функции как при отсутствии зашумления входного вектора данных, так и при зашумлении входного вектора данных при уровне шума от 5 % до 15 %. Как и следовало ожидать, с увеличением уровня шума процент ошибки аппроксимации возрастает.

### Литература

1. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. М.: Изд-во «Вильямс», 2006.
2. Круглов В.В., Борисов В.В. Искусственные нейронные сети. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2001.
3. Лазарев В.М., Свиридов А.П. Нейросети и нейрокомпьютеры. М.: Изд-во МГТУ РЭА, 2011.
4. Рутковский Л., Пилинский М., Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. М.: Изд-во «Телеком», 2004.
5. Горбань А.Н., Россиев Д.А. Нейронные сети на персональном компьютере. Новосибирск: Изд-во «Наука», 2006.
6. Брюхомицкий Ю.А. Нейросетевые модели для систем информационной безопасности: учеб. пособие. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005.
7. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М.: Изд-во «Финансы и статистика», 2002.
8. Терехов В.А., Ефимов Д.В., Тюкин И.Ю. Нейросетевые системы управления. М.: Изд-во «Высш. шк.», 2002.

