МОНИТОРИНГ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРИРОДНЫХ И ТЕХНОГЕННЫХ РИСКОВ

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А.Ю. Лабинский, кандидат технических наук, доцент.
Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России

Рассмотрены основы и методы построения фрактальных изображений. Алгоритмы построения фрактальных изображений, использующие системы итерированных функций и множества Жюлиа, реализованы в виде программ для ЭВМ.

Ключевые слова: фрактал, самоподобие, кодирование информации, математическая модель

THE SPECIAL FEATURE OF FRACTAL IMAGE CONSTRUCTION

A.Yu. Labinskiy. Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

This article presents the special feature of fractals theory for fractal construction. The mathematical model construction of a fractal to realize in form the computing program.

Keywords: fractal, self-similarity, information encode, mathematical model

Деятельность органов управления МЧС России часто происходит в условиях подверженности воздействию различных факторов природного и техногенного характера. Существуют факторы, определяемые спецификой условий функционирования системы управления МЧС России и приводящие к изменению эффективности процесса управления. Одними из таких факторов могут быть сбои в каналах передачи информации. Для повышения эффективности передачи информации по каналам связи используется сжатие передаваемой информации. Одним из перспективных направлений в области сжатия графической информации является использование фрактального сжатия [1].

В данной статье изложены особенности методов построения фрактальных изображений и подходы к фрактальному сжатию изображений.

Аффинные преобразования

N-мерное векторное пространство R^n является множеством всех n-мерных вещественных векторов $X=[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ вместе с определенными на нем операциями векторного сложения и умножения на скалярную величину s [2]:

$$X+Y=[x_1, x_2,\ldots,x_n]+[y_1, y_2,\ldots,y_n]=[x_1+y_1 , x_2+y_2,\ldots, x_n+y_n];$$

$$s*X=[s*x_1, s*x_2,\ldots, s*x_n].$$

В пространстве R^n два ненулевых вектора X и Y называются ортогональными (перпендикулярными), если выполняется следующее равенство: (X,Y)=0.

Метрикой на множестве X называется вещественная функция $d(x, y)$, определенная на произведении $X*X$ и удовлетворяющая следующим аксиомам:

$$d(x, y)\geq 0 \text{ для всех } x, y\in X;$$

$$d(x, y)=d(y, x);$$

$$\text{если } d(x, y)=0, \text{ то } x=y;$$

$$d(x,z)\leq d(x, y)+d(y, z), \text{ для всех } x, y, z\in X.$$

Пусть (X, d) – метрическое пространство. Тогда преобразование $T: X\to X$ называется сжимающим отображением или просто сжатием, если существует число $0<s<1$ такое, что $d(T(x), T(y))\leq s*d(x,y)$, где $x, y\in X$. Здесь число s называется коэффициентом сжатия [2].

Точка x называется неподвижной точкой отображения $f(x)$, если $f(x)=x$, где $f(x)$ – однозначная вещественная функция.

Линейное преобразование вместе с последующим преобразованием сдвига составляют аффинное преобразование пространства R^n. Отображение L называется линейным преобразованием пространства R^n в пространство R^m, если справедливо равенство:

$$L(\lambda*X+\mu*Y)=\lambda*L(X)+\mu*L(Y)$$

для всех $X, Y \in R^n$ и произвольных скалярных значений λ и μ.

Отображение T называется аффинным преобразованием сдвига пространства R^n, если выполняется равенство:

$$T(X)=X+A,$$

где вектор $X \in R^n$; A – постоянный вектор [2].

Таким образом, любое аффинное преобразование пространства R^n в пространство R^m можно представить в следующей матричной форме [2]:

$$T(X)=B_{mn}*X+A,$$

где B_{mn} – матрица размера $m*n$ такая, что $L(X)=B_{mn}*X$, $X\in R^n$.

В случае R^2 (двухмерное пространство) аффинное преобразование $T(X)$ пространства R^2 можно записать в следующем виде [2]:

$$T([x_1, x_2])=[\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2] *[x_1, x_2] + [\gamma_1, \gamma_2].$$

Здесь α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2 – параметры аффинного преобразования (аффинные коэффициенты).

Аффинные преобразования для известного фрактального изображения ковра Серпинского (необходимо три преобразования) представлены на рис. 1.

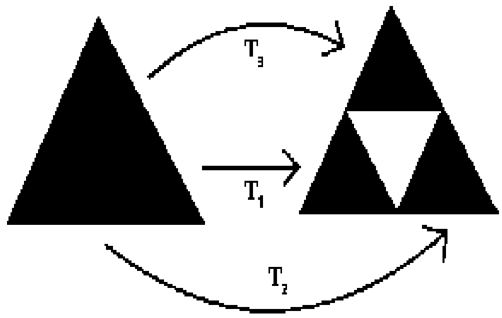

Рис. 1. **Аффинные преобразования для ковра Серпинского**

В матричной форме аффинные преобразования для фрактального изображения ковра Серпинского имеют следующий вид [2]:

$$T_1([x_1, x_2])=[1/2, 0, 0, 1/2]*[x_1, x_2]+[0, 0]$$
$$T_2([x_1, x_2])=[1/2, 0, 0, 1/2]*[x_1, x_2]+[1/2, 0]$$
$$T_3([x_1, x_2])=[1/2, 0, 0, 1/2]*[x_1, x_2]+[1/4, \sqrt{3}/4].$$

Такие аффинные преобразования, как сдвиг, поворот и отражение, относительно оси сохраняют расстояния между точками изображения и являются частными случаями изометрии. Изометрия пространства R^n всегда является аффинным преобразованием и может быть представлена в виде:

$$T(X)=Q*X+C,$$

где Q – ортогональная матрица; C – вектор-столбец.

Аффинное преобразование плоскости можно описать с помощью комплексных чисел и операций над ними. Операции сложения и умножения двух комплексных чисел $z_1=x_1+i*y_1$ и $z_2=x_2+i*y_2$ задаются следующими формулами:

$$z_1+z_2=(x_1+x_2)+i*(y_1+y_2), \quad z_1*z_2=(x_1*x_2-y_1*y_2)+i*(x_1*y_2+x_2*y_1).$$

Пример аффинного преобразования, записанного с помощью комплексных чисел $L(z)=a*z+b$, может быть записан в матричной форме следующего вида:

$$L([x, y])=[a_1, a_2, -a_2, a_1]*[x_1, x_2]+[b_1, b_2].$$

Использование аффинного преобразования, записанного с помощью комплексных чисел, облегчает геометрическую трактовку аффинного преобразования в полярной системе координат:

$$z=x+i*y=M*e^{i\varphi}.$$

Здесь величина $M=\sqrt{(x^2+y^2)}$ – модуль z; φ – угол между направлением оси Ox и вектором, соединяющим начало координат с точкой (x, y).

Таким образом, геометрическая трактовка аффинного преобразования применительно к геометрическому объекту может быть представлена в виде последовательности трех шагов [2]:

1. Повернуть объект относительно начала координат на угол φ.
2. Сжать объект к началу координат в 1/M раз (коэффициент сжатия C=1/M).
3. Сдвинуть объект на радиус-вектор b.

Вращение на угол φ пространства R^2 можно задать в матричной форме следующим образом [2]:

$$T_\varphi(x)=M_\varphi*x=\begin{bmatrix}\cos(\varphi) & -\sin(\varphi)\\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi)\end{bmatrix}*x,$$

где M_φ – матрица вращения; $x\in R^2$.

Отражение относительно осей Ox и Oy можно задать в матричной форме следующим образом:

$$T_x(x)=M_x*x=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}*x,$$

где M_x – матрица отражения относительно Ox.

$$T_y(x)=M_y*x=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}*x,$$

где M_y – матрица отражения относительно Oy.

Таким образом, вращение, отражение и сдвиг в пространстве R^2 (на плоскости) являются изометриями и могут быть представлены в виде:

$$T(x)=M_\varphi*M_x*x+b.$$

Обобщением изометрии является преобразование подобия, при помощи которого могут быть получены многие фракталы [2].

Преобразование подобия S(x) с коэффициентом подобия P>0 является аффинным преобразованием и может быть представлено в следующем виде:

$$S(x)=P*M*x+b,$$

где M – ортогональная матрица; b – вектор-столбец.

Для ковра Серпинского первые три аффинных преобразования можно записать в комплексной форме следующим образом [2]:

$$T_1(z)=(1/2)\,z;\quad T_2(z)=(1/2)\,z+(1/2);\quad T_3(z)=(1/2)\,z+1/4+i*\sqrt{}3/4.$$

Для плоскости аффинное преобразование T(X) использует шесть параметров (степеней свободы) α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ:

$$T([x_1, x_2])=[\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2]*[x_1, x_2]+[\gamma_1, \gamma_2].$$

Это преобразование отображает три несовпадающие точки объекта (x_{10}, y_{10}), (x_{20}, y_{20}), (x_{30}, y_{30}) на три новые точки (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3). При этом параметры аффинного преобразования α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2 могут быть определены из следующей системы шести уравнений, записанной в матричной форме [2]:

$$\begin{bmatrix}x_{10} & y_{10} & 1\\ x_{20} & y_{20} & 1\\ x_{30} & y_{30} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \beta_1\\ \gamma_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix};\quad \begin{bmatrix}x_{10} & y_{10} & 1\\ x_{20} & y_{20} & 1\\ x_{30} & y_{30} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_2\\ \beta_2\\ \gamma_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\end{bmatrix}.$$

Система итерированных функций

Вернемся к рассмотрению процесса построения фрактального изображения ковра Серпинского. Исходное множество Z точек на плоскости является замкнутым множеством в виде треугольника с вершинами (0,0), (1,0) и (1/2, $\sqrt{}3/2$). В результате выполнения первых трех аффинных преобразований $T_1(Z)$, $T_2(Z)$ и $T_3(Z)$ получаем три меньшие треугольные области.

В работе алгоритма, реализуемым с помощью системы итерированных функций, можно выделить следующую последовательность множеств [2]:

G_0=начальное компактное множество.

$$G_1=T_1(G_0)\cup T_2(G_0)\cup T_3(G_0).$$
$$G_2=T_1(G_1)\cup T_2(G_1)\cup T_3(G_1).$$
$$\ldots.$$
$$G_n=T_1(G_{n-1})\cup T_2(G_{n-1})\cup T_3(G_{n-1}).$$

Таким образом, системой итерированных функций (СИФ) называется совокупность рассмотренных выше аффинных преобразований $T(G_n)$ с коэффициентом сжатия $C_n<1$ вместе с итерационной схемой.

Алгоритм построения фрактальных изображений с помощью систем итерированных функций реализован в виде программы для ЭВМ, интерфейс которой представлен на рис. 2.

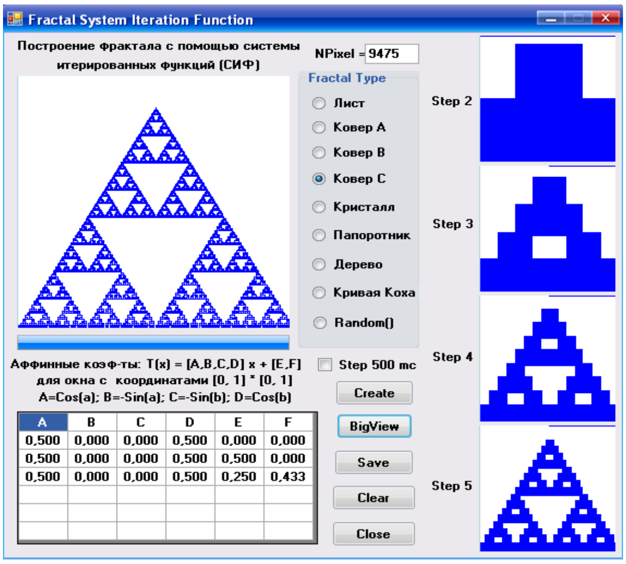

Рис. 2. **Программа построения фракталов с помощью СИФ**

На рис. 2 представлено построение ковра Серпинского.

Основной задачей теории СИФ является нахождение предельного множества, называемого аттрактором СИФ. В большинстве случаев аттрактор СИФ является фрактальным множеством (фракталом).

Существуют две разновидности алгоритма, реализующего СИФ для построения фрактального изображения – детерминированный (программа на рис. 2) и рандомизированный алгоритмы [2].

В рандомизированном алгоритме начальное множество содержит всего одну точку и на каждом шаге алгоритма используется только одно аффинное преобразование из всей совокупности преобразований, используемых СИФ, которое выбирается случайным образом. Интерфейс программы построения фракталов с помощью рандомизированного алгоритма представлен на рис. 3.

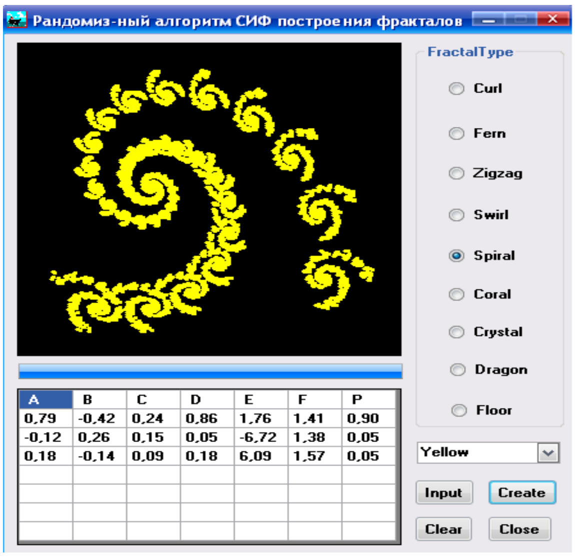

Рис. 3. **Программа построения фракталов с помощью рандомизированного алгоритма СИФ**

Множества Жюлиа

Рассмотрим функции, представляющие собой полиномы комплексной переменной z:

$$f(z)=a_n*z^n+a_{n-1}*z^{n-1}+\ldots+a_1*z+a_0,$$

где a_n – вещественные числа.

Множество Жюлиа функции f есть граница множества точек z, стремящихся к бесконечности при итерировании функции f(z) [3]. Простейшее множество Жюлиа задается функцией $f(z)=z^2$. Границей этого множества является единичная окружность. Часто используется множество Жюлиа, задаваемое квадратичной функцией:

$$f_c(z)=z^2+c,$$

где c – константа. Множество Жюлиа $f_c(z)$ симметрично относительно оси Ox.

Множества Жюлиа функции $f_c(z)=z^2+c$ обладают большим разнообразием, так как для каждого нового значения константы c можно получить новое изображение.

Заполняющее множество Жюлиа состоит из точек, находящихся внутри границ множества. В общем случае заполняющее множество Жюлиа есть фрактал. Заполняющие множества визуально привлекательны и часто реализуются с помощью программ для ЭВМ.

Алгоритм построения фрактальных изображений с помощью множеств Жюлиа реализован в виде программы для ЭВМ, интерфейс которой представлен на рис. 4.

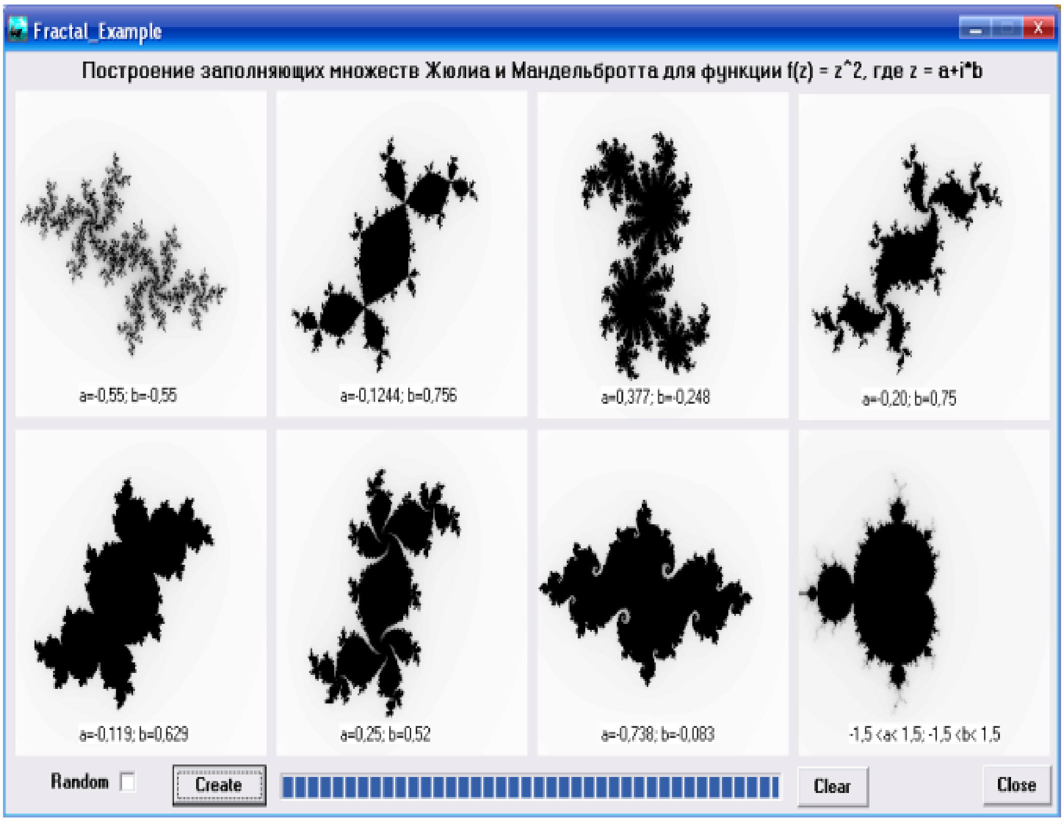

Рис. 4. **Программа построения фракталов с помощью множеств Жюлиа**

Случайные фракталы

Фракталы, получаемые с помощью использования систем итерированных функций или множеств Жюлиа, обладают недостатком, ограничивающим их применение для моделирования таких природных объектов, как горы, облака, лесные массивы и другие подобные сложные геометрические системы. Такие фракталы не используют фактор случайности, который является неотъемлемым свойством реального мира. Для моделирования таких природных объектов может быть использовано фрактальное броуновское движение [4].

В рассмотренные выше алгоритмы построения фрактальных изображений (например алгоритм, использующий СИФ) элемент случайности может быть внесен путем случайных возмущений на каждой итерации. Например, при построении ковра Серпинского можно случайно удалять любой из четырех треугольников, а не только центральный треугольник (рис. 1).

Фрактальному броуновскому движению случайный характер присущ изначально. Простейшей дискретной аппроксимацией броуновского движения является одномерное случайное блуждание, происходящее итеративно:

$$x_n=x_{n-1}+g,$$

где g – случайная величина. Для получения нормально распределенной случайной величины можно использовать следующую формулу:

$$g=\sqrt{(12/n)}*\sum_{i=1}^{n}w_i-\sqrt{(3*n)},$$

где w_i – равномерно распределенные на интервале [0, 1] случайные числа.

Случайный процесс, обладающий некоторой памятью о своем поведении, называется фрактальным броуновским движением (ФБД). Для аппроксимации ФБД нет простого метода, использующего, например, суммирование гауссовских случайных величин. Математический подход к аппроксимации ФБД предполагает использование аппарата преобразований Фурье.

Процесс моделирования ФБД можно упростить, если аппроксимировать преобразование Фурье с помощью рядов Фурье.

Подходы к сжатию изображений

Рассмотрим задачу, обратную к задаче построения фрактального изображения с помощью системы итерированных функций (СИФ). Нужно найти совокупность сжимающих аффинных преобразований, для которых данное множество является аттрактором СИФ. Решение данной задачи имеет большое значение для сжатия изображений с целью их передачи по каналам связи в реальном времени.

Один из перспективных способов сжатия изображений состоит в предварительном разбиении исходного изображения на M фрагментов, которые могут являться аттракторами некоторых СИФ [5]. Каждое аффинное преобразование для фрагмента изображения задается с помощью шести параметров. Относительно простые фрагменты изображения требуют от трех до пяти аффинных преобразований. Поэтому полное изображение может быть закодировано с помощью достаточно малого числа аффинных коэффициентов, равного $N=(3\div5)*6*M$. В результате по каналам связи можно будет передавать не изображение (Кбайты информации), а аффинные коэффициенты (байты). В пунктах приема информации изображение восстанавливается по аффинным коэффициентам с помощью алгоритма СИФ.

Рассмотрим пример передачи сжатого изображения для рассмотренного выше ковра Серпинского. Исходное черно-белое изображение размером 500*500 пикселей занимает около 18 Кбайт информации. Для кодирования данного изображения необходимо всего 18 аффинных коэффициентов. Коэффициент сжатия информации для этого примера равен: 18432/18=1024.

Известным применением алгоритмов построения фрактальных изображений является фрактальное сжатие изображений, в основе которого находится использование систем итерированных функций. Фрактальное сжатие изображений позволяет получить высокие коэффициенты сжатия, недоступные для других методов сжатия изображений. Фрактальное сжатие изображений основано на поиске самоподобных областей в изображении и определении для них параметров аффинных преобразований.

В настоящее время исследования в области фрактального сжатия изображений направлены на уменьшение времени сжатия при сохранении приемлемого качества изображения.

Литература

1. Лабинский А.Ю., Ильин А.В. Фракталы и защита информации // Природные и техногенные риски (физико-математические и прикладные аспекты). 2016. № 1 (17). С. 82–86.
2. Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений: учеб. пособие. М.: Триумф, 2003.
3. Кренкель Э.Т. Сжатие сигналов с применением теории фракталов. М.: ТУСИ, 1996.
4. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. М.: Мир, 2000.
5. Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Матвеев Е.Н. Фракталы в новых средах передачи информации. М.: МФТИ, 2003.

О ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ СУДЕБНОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ

А.А. Кабанов, кандидат юридических наук, доцент;
А.В. Максимов, кандидат технических наук;
О.В. Уткин.
Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России

Рассмотрена возможность создания прототипа экспертной системы судебной экспертизы, а также цели и первоочередные задачи, необходимые для их достижения.

Ключевые слова: искусственный интеллект, экспертные системы, судебная экспертиза, модель предметной области

ON THE POSSIBILITY OF ESTABLISHING AN EXPERT SYSTEM OF FORENSIC EXPERTISE

A.A. Kabanov; A.V. Maksimov; O.V. Utkin.
Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

The paper considers the possibility of creating a prototype expert system forensics, as well as objectives and priorities necessary to achieve them.

Keywords: artificial intelligence, expert systems, forensics, a domain model

С самого начала применения термина «искусственный интеллект» это научное направление подразделялось на бионическое (в том числе – робототехника), и прагматическое (в том числе – экспертные системы). Именно в прагматическом направлении к середине 80-х гг. были достигнуты значительные результаты. Тем не менее уже тогда признавалось (в том числе академиком АН СССР Г.С. Поспеловым), что термин «искусственный интеллект» понимается исключительно в метафорическом смысле [1, с. 3].

В старой информационной технологии знания фиксируются в текстовой форме на бумажных носителях [1, с. 5].