
ДИАЛОГИ СО СПЕЦИАЛИСТАМИ

Аналитическая статья

УДК 681.3; DOI: 10.61260/2304-0130-2026-2-38-44

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В КОМБИНАТОРИКЕ И МОДЕЛИРОВАНИИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

✉ Лабинский Александр Юрьевич.

Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург, Россия

✉ Labinsciy@yandex.ru

Аннотация. В статье рассмотрены возможности информационных технологий в комбинаторике, а также в компьютерном моделировании случайных величин. В целях ликвидации последствий любого стихийного бедствия принимаются решения, которые зависят от множества случайных факторов.

В статье рассмотрены особенности решения вероятностных задач, присущих процессу ликвидации стихийного бедствия, которые заключаются в том, что решение существенно облегчается при использовании комбинаторных формул. Каждая комбинаторная формула определяет число возможных исходов в некотором процессе (опыте), состоящем в случайном выборе (наудачу) M элементов (вариантов, способов) из N различных элементов рассматриваемого множества.

Рассмотрены основной принцип и основные формулы комбинаторики, которыми являются формулы размещений, перестановок и сочетаний.

Подробно рассмотрены особенности компьютерного моделирования комбинаторных формул в виде программы для ЭВМ.

В статье рассмотрены также особенности компьютерного моделирования случайных величин, включая алгоритмический способ получения случайных чисел. Приведен алгоритм получения равномерно распределенных псевдослучайных чисел, который реализован в виде программы для ЭВМ.

Ключевые слова: информационные технологии, компьютерное моделирование, вероятностные задачи, комбинаторика, размещения, перестановки, сочетания, случайные величины, псевдослучайные числа, компьютерная программа

Для цитирования: Лабинский А.Ю. Информационные технологии в комбинаторике и моделировании случайных величин // Надзорная деятельность и судебная экспертиза в системе безопасности. 2026. № 2. С. 38–44. DOI: 10.61260/2304-0130-2026-2-38-44

Введение

Природная неопределенность, присущая любому стихийному бедствию, характеризуется неопределенностью определяющих стихийное бедствие параметров. В целях ликвидации последствий любого стихийного бедствия принимаются решения, которые зависят от множества случайных факторов.

Комбинаторика является разделом математики, изучающим задачи выбора различных элементов из заданного множества. При решении таких задач необходимо подсчитать число возможных вариантов осуществления некоторого действия, например, по ликвидации последствий стихийного бедствия (землетрясения, наводнения, пандемии, урагана и т.п.) с целью определения его эффективности.

Решение вероятностных (случайных) задач, присущих процессу ликвидации стихийного бедствия, существенно облегчается при использовании комбинаторных формул. Каждая комбинаторная формула определяет число возможных исходов в некотором процессе (опыте), состоящем в случайном выборе (наудачу) M элементов (вариантов, способов) из N различных элементов рассматриваемого множества.

Сформулируем постановку задачи для данной статьи. Нужно рассмотреть возможности компьютерного моделирования комбинаторных формул, используемых в процессе решения задач по ликвидации последствий стихийных бедствий.

Тема статьи актуальна, так как автоматизация процессов решения задач по ликвидации последствий стихийных бедствий является актуальной задачей.

Элементы комбинаторики

Комбинаторика – раздел математики, который изучает методы подсчета числа различных комбинаций и почти всегда отвечает на вопрос: «Сколькими способами можно выполнить некоторое действие?». Термин «комбинаторика» впервые использовал немецкий математик Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716 гг.) в 1666 году. Г.В. Лейбниц создал комбинаторику как науку, создал математический анализ (дифференциальное и интегральное исчисления) и заложил основы математической логики (описал двоичную систему счисления с основанием этой системы – цифрами 0 и 1) [1-4].

Основной принцип комбинаторики: Если действие разбивается на две операции, которые могут быть выполнены m и n способами соответственно, то общее число действий $= m \times n$.

Основными формулами комбинаторики являются формулы размещений (швейцарский математик Якоб Бернулли, 1665-1705 гг.), перестановок и сочетаний (французский математик, механик, физик Блез Паскаль, 1623-1662 гг.).

Число размещений соответствует числу всех возможных способов разместить N объектов в M местах. Число размещений: $A_m^n = m! / (m - n)!$.

Число перестановок N объектов это любая последовательность N различных объектов с учетом порядка этих объектов. Число возможных перестановок:

$P_n = n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$. Число сочетаний из N элементов по M – это любое подмножество из M элементов множества, содержащего N элементов.

Число всех различных сочетаний: $C_n^m = A_n^m / P_m = n! / [m! \cdot (n - m)!]$.

Построив таблицу сочетаний (таблицу биномиальных коэффициентов – треугольник Паскаля), можно обнаружить закономерность (табл. 1).

Таблица 1

Треугольник Паскаля

n	M								$\Sigma (2^n)$
	0	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	1							2
2	1	2	1						4
3	1	3	3	1					8
4	1	4	6	4	1				16
5	1	5	10	10	5	1			32
6	1	6	15	20	15	6	1		64
7	1	7	21	35	35	21	7	1	128
8	1	8	28	56	70	56	28	8	256

Последний столбец таблицы 1 содержит элементы бинарного ряда: $a_n = 2^n$

В Индии (2 век до н.э.) была известна формула: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^m = 2^n$, причем $m < n$.

Формула бинома Ньютона: $(1+x)^n = C_n^0 + x \cdot C_n^1 + x^2 \cdot C_n^2 + \dots + x^m \cdot C_n^m + \dots + x^n \cdot C_n^n$

Если $x=1$, то $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^m + \dots + C_n^n$

Свойства числа сочетаний: $C_n^0 = C_n^1 = 1$; $C_n^k = C_n^{n-k}$; $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$.

Если в таблице биномиальных элементов сдвинуть каждый столбец вниз на 2 позиции, то последний столбец будет содержать элементы ряда Фибоначчи (табл. 2).

Таблица 2

Таблица биномиальных элементов со сдвигом позиции

n	M								$\Sigma \Phi_n$
	0	1	2	3	4	5	6	7	
1	1								1
2	1								1
3	1	1							2
4	1	2							3
5	1	3	1						5
6	1	4	3						8
7	1	5	6	1					13
8	1	6	10	4					21
9	1	7	15	10	1				34
10	1	8	21	20	5				55

Компьютерное моделирование комбинаторных формул

Компьютерному моделированию посвящены работы [5–10]. Программа для ЭВМ CombineCalc производит моделирование основных операций комбинаторики: размещений, перестановок и сочетаний, в том числе с повторениями.

Число размещений обозначается $A_n^m = n! / (n - m)!$. Размещения с повторениями из n -элементов по m -элементов: $A_n^m = n^m$.

Любая последовательность n различных объектов с учетом порядка называется перестановкой этих объектов. Число всех возможных перестановок $P_n = n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$. Число перестановок с повторениями определяется по формуле: $P_n = n! / (n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \dots)$, где $n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$.

Любое подмножество из m элементов множества, содержащего n элементов, называется сочетанием из n элементов по m . Число всех различных сочетаний: $C_n^m = A_n^m / P_m = n! / [m! \cdot (n - m)!]$. Сочетания с повторениями определяются по формуле: $C_n^m = (n + m - 1)! / [m! \cdot (n - 1)!]$.

В начале расчета задаются величины n и m , затем с помощью флажков выбирается тип операции (размещения, перестановки, сочетания, размещения с повторениями, перестановки с повторениями и сочетания с повторениями) и нажимается кнопка «Вычислить». Окно программы CombineCalc (рис. 1):

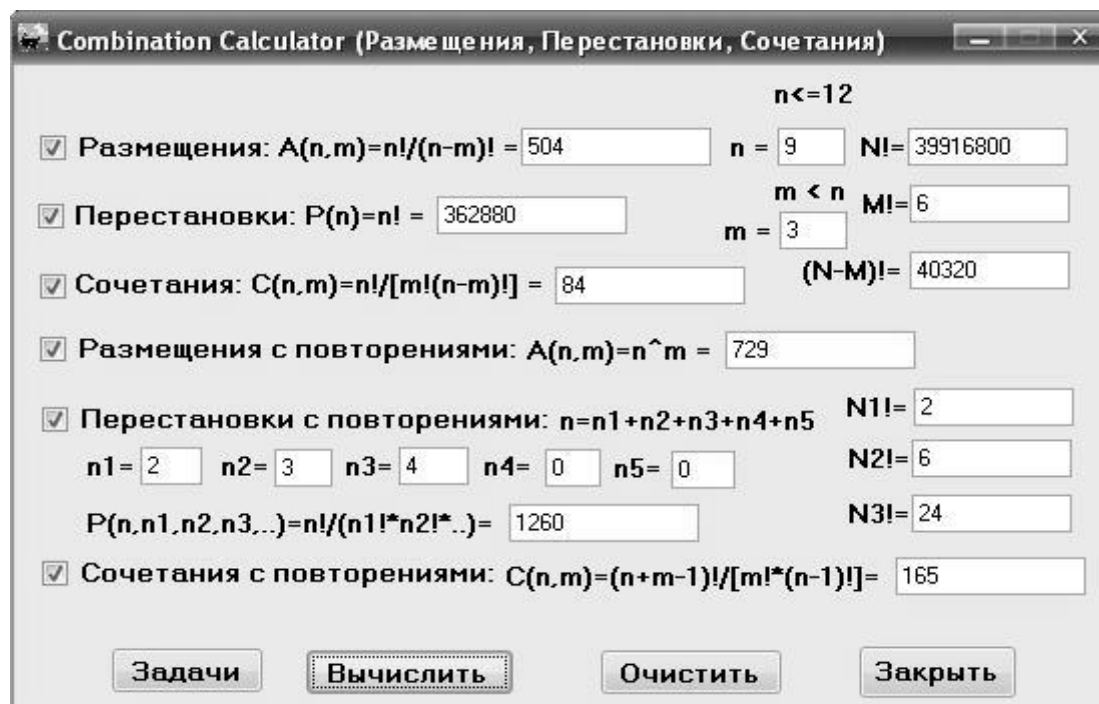


Рис. 1. Окно программы CombineCalc

При выборе расчета «Перестановки с повторениями» дополнительно нужно задать значения n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 .

При нажатии кнопки «Задачи» выводится окно, в котором представлено 11 типовых задач по комбинаторике с ответами. Окно вывода задач по комбинаторике представлено на рис. 2.

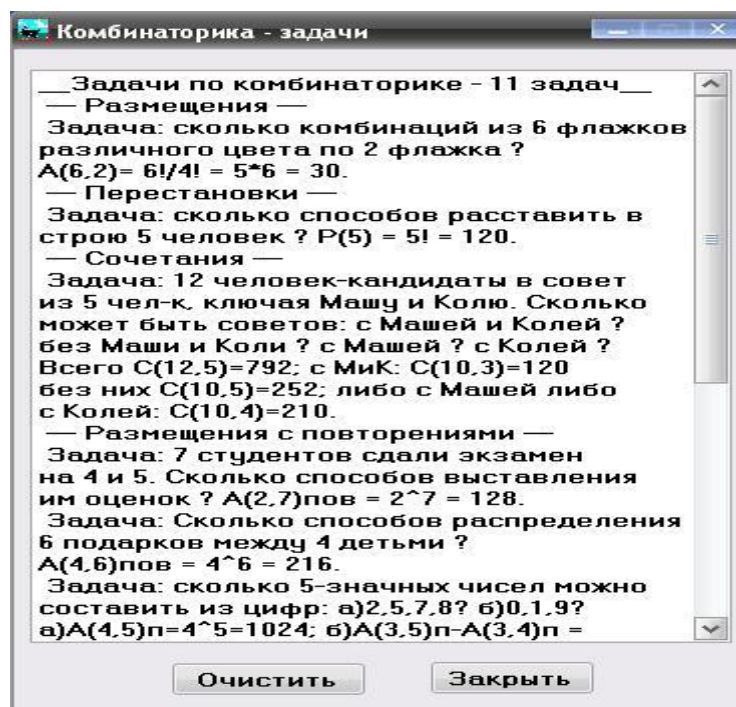


Рис. 2. Окно вывода задач по комбинаторике

Моделирование случайных величин

При моделировании различных процессов и явлений, имеющих случайную (вероятностную) природу, используются статистические методы, отображающие явления и процессы с помощью случайных (стохастических) событий, описываемых вероятностными (статистическими) характеристиками [4].

Обработка статистических данных, необходимая для принятия решений по ликвидации последствий стихийных бедствий, осуществляется с помощью различных статистических методов, одним из которых является метод статистических испытаний, использующий псевдослучайные числа [2].

Метод статистических испытаний заключается в моделировании исследуемого процесса с помощью вероятностной модели и основан на многократном проведении испытаний созданной вероятностной модели. Получение случайных чисел в вероятностной модели основано на создании при помощи ЭВМ последовательности равномерно распределенных чисел.

Под случайной величиной (числом) понимают величину, которая в результате опыта принимает значение, которое заранее неизвестно [1].

Другое определение – случайной величиной X называется числовая функция, определенная на пространстве элементарных событий Ω , которая каждому элементарному событию ω ставит в соответствие число $X(\omega)$.

Случайная величина, принимающая конечное или счетное множество значений, называется дискретной (д.с.в.).

Случайная величина, принимающая несчетное множество значений, называется непрерывной (н.с.в.).

Таким образом, д.с.в. принимает отдельные изолированные значения, а н.с.в. принимает значения из некоторого промежутка (например, на отрезке $[0, t]$, где $t \geq 0$).

Алгоритмический способ получения случайных величин

Основным способом получения на ЭВМ равномерно распределенных случайных чисел является программный способ с помощью рекуррентного соотношения, называемый алгоритмическим, а сами случайные числа – псевдослучайными (или квазислучайными) числами, так как они находятся с помощью детерминированного математического выражения.

Последовательность равномерно распределенных псевдослучайных чисел должна удовлетворять следующим требованиям [2]:

- выборочная совокупность случайных чисел должна отвечать критериям проверки «случайности», а распределение этих чисел должно несущественно отклоняться от равномерного распределения;
- количество операций, идущее на получение одного псевдослучайного числа, не должно быть слишком большим;
- в процессе работы программы распределение этих чисел и степень их коррелированности не должны меняться.

Псевдослучайные числа могут быть получены многими способами.

Для получения псевдослучайного числа наиболее часто используется рекуррентный метод, алгоритм которого содержит несколько шагов [8]:

- 1) С помощью датчика случайных чисел создается любое случайное число A .
- 2) Осуществляется нормализация числа A .
- 3) В памяти ЭВМ число A сдвигается на 7 разрядов влево $\rightarrow$ число B .
- 4) Производится операция сложения: $A + B = C$.
- 5) Берется модуль числа C : $A = |C|$.

Результат работы алгоритма – псевдослучайное число ξ , равномерно распределенное в интервале $[0, 1]$. Случайная величина $Z(a, b)$, равномерно распределенное в интервале $[a, b]$ определяется по формуле: $Z(a, b) = a + (b - a) \cdot \xi$.

Моделирование псевдослучайных чисел

Программа для ЭВМ RanNum позволяет производить моделирование процесса получения псевдослучайных чисел (кнопка «Calc»), используя две функции из библиотеки стандартных функций ЭВМ: Random и RanNum. Результат моделирования может быть представлен в наглядном графическом виде (кнопка «Paint») в отдельном окне в виде гистограммы распределения. Окно программы представлено на рис. 3:

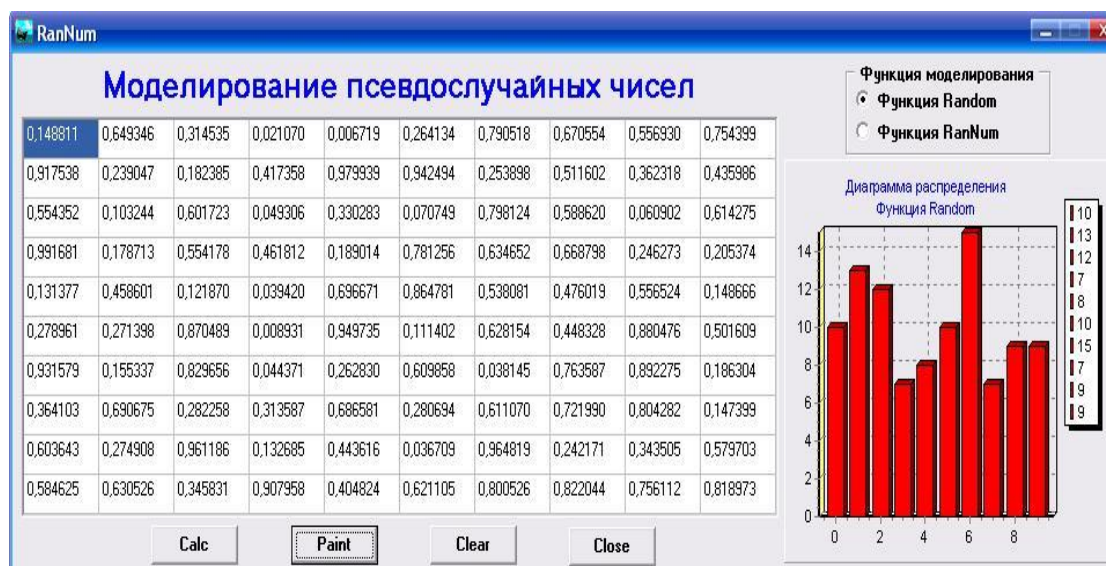


Рис. 3. Программа моделирования псевдослучайных чисел RanNum

Заключение

Представленные результаты компьютерного моделирования комбинаторных формул и моделирования процесса получения псевдослучайных чисел демонстрируют возможности имитационного моделирования с помощью программы для ЭВМ CombineCalc, реализующей комбинаторные формулы размещений, перестановок и сочетаний, а также программы для ЭВМ RanNum, реализующей алгоритм получения равномерно распределенных псевдослучайных чисел.

В программе для ЭВМ CombineCalc при нажатии кнопки «Задачи» выводится окно, в котором представлено 11 типовых задач по комбинаторике с ответами, что облегчает использование данной программы и дает возможность применять программу также в целях обучения комбинаторике.

Научная новизна исследования, отражающая личный вклад автора, заключается в создании автором компьютерных моделей, реализованных в виде программ для ЭВМ CombineCalc и RanNum.

Список источников

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. М.: Айрис-пресс, 2008. 288 с.
2. Ивановский Р.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad. СПб: БХВ-Петербург, 2008. 528 с.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. М.: «Оникс», 2003. 416 с.

4. Комбинаторика и теория вероятностей: учеб. пособие / Т.Н. Антошина [и др.]. СПб.: С.-Петербург. ун-т ГПС МЧС России, 2023.
5. Боев В.Д., Сыпленко Р.П. Компьютерное моделирование. М.: ИНТУИТ, 2016.
6. Лоу А.М., Кельтон В.Д. Компьютерное моделирование. СПб.: Питер, 2014.
7. Kahneman D. Mathematical Modeling. NY and London, 2016.
8. Системный анализ и принятие решений: учеб. / В.С. Артамонов [и др.]. СПб.: С.-Петербург. ун-т ГПС МЧС России, 2017.
9. Лабинский А.Ю. Возможности использования информационных технологий в учебном процессе // Природные и техногенные риски. 2020. № 4.
10. Лабинский А.Ю. Компьютерное моделирование: монография. СПб.: С.-Петербург. ун-т ГПС МЧС России, 2021. 210 с.

Информация о статье: статья поступила в редакцию: 10.05.2026; принята к публикации: 15.05.2026

Информация об авторах:

Лабинский Александр Юрьевич, доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России (196105, Санкт-Петербург, Московский пр., д. 149), кандидат технических наук, доцент, e-mail: labinskyi.a@igps.ru, <https://orcid.org/0000-0001-2735-4189>, SPIN-код: 8338-4230