

ИССЛЕДОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТОРА, ЦИЛИНДРА И КОНУСА, КАК ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ЦИКЛИДЫ ДЮПЕНА

А.В. Широухов, кандидат технических наук.

Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России.

И.В. Тищенко, кандидат педагогических наук;

Л.В. Брыкова, кандидат педагогических наук.

Белгородский государственный технологический университет

им. В.Г. Шухова

Проведено исследование возможностей компьютерного моделирования поверхностей тора, цилиндра и конуса, как частные случаи циклиды Дюпена, путем преобразования поверхности циклиды. В этой работе применяется один из способов задания циклиды, в котором она задается двумя очерками. Исследование проводится в двух графических программах, предназначенных для моделирования трехмерных объектов, программы Solid EDGE и Auto Cad. Сравнительный анализ полученных поверхностей тора, цилиндра и конуса с идеальной моделью этих поверхностей, дает итоговый результат работы в виде относительной погрешности построений.

Ключевые слова: циклида Дюпена, конструирование поверхности, кривые второго порядка, компьютерная графика

TORUS, CYLINDER AND CONE RESEARCH BY MEANS OF COMPUTER MODELLING AS FREQUENTE CASES OF DUPIN CYCLIDE

A.V. Shiroukhov. Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia.

I.V. Tyshchenko; L.V. Brykova.

Belgorod state technological university named after V.G. Shukhov

In present research the opportunity of computer modeling of torus, cylinder and cone surfaces by means of cylinder surface transformation are overviewed as frequent cases of Dupen cyclide. In this work one of ways of cyclide job in which it is set by two sketches is applied. The research is conducted in two graphic programs intended for three-dimensional object modeling, the Solid EDGE and Auto CAD program. The comparative analysis of the received of torus, cylinder and cone surfaces with ideal model of these surfaces, yields the final result of work in the form of a relative error of constructions.

Keywords: Dupin's cyclide, surface design, second-order curves, computer graphics

В разделе начертательной геометрии изучается особый класс поверхностей, образованный окружностями и названный «Циклические поверхности» [1–3]. Внутри этого класса поверхностей есть каналовые поверхности. Циклиды Дюпена принадлежат к каналовым поверхностям и являются частным случаем этих поверхностей [4–6, 7]. Название это дано Пьером Шарлем Франсуа Дюпеном (1784–1873 гг.) в начале XIX в., который открыл циклиды и обратил внимание на свойства этих поверхностей. Эти поверхности названы в его честь [8, 9]. Циклиды (Cyclides) – поверхности четвертого порядка, линии кривизны которых суть круг. К таким поверхностям принадлежит кольцевая поверхность, образуемая окружностью при вращении ее вокруг оси, заключающейся в плоскости круга, но не проходящей через центр его. Для такой поверхности фокальные линии представляют собой окружность и прямую (ось), перпендикулярную к ее плоскости, проходящую через центр окружности. Полученная циклида является тором. В случае, когда одна из фокальных

линий представляет собой прямую, а вторая фокальная линия находится в бесконечности, полученная циклида является конусом вращения или цилиндром вращения [10]. Тор, круговая цилиндрическая и круговая коническая поверхности представляют собою частные виды циклиды [4].

В зависимости от выбранного способа задания циклиды Дюпена можно получить в результате разное количество ее возможных форм, от единственно возможной до нескольких. Все способы построения циклиды подходят для компьютерного моделирования [11].

Изучим возможности компьютерного моделирования простейших кривых поверхностей тора, цилиндра и конуса, исходя из условия их формирования из поверхности циклиды Дюпена. Каждая графическая программа имеет свои ограничения построений. Рассмотрим, какая из предложенных графических программ, предназначенных для построения трехмерных объектов, выполнит это построение наиболее точно, то есть наиболее точно покажет графическое формирование поверхностей тора, цилиндра и конуса из поверхности циклиды Дюпена путем изменения ее характеристик. Исходные параметры построения для двух компьютерных графических программ задаем равными. В работе учитываются индивидуальные особенности ограничений каждой графической программы.

Воспользуемся графической программой SOLID EDGE и AUTO CAD. Solid Edge – это современная система автоматизированного проектирования (САПР), обладающая уникальными инструментами для создания и редактирования трехмерных цифровых макетов изделий [12]. AutoCAD – относится к классу программ CAD (Computer Aided Design), которые предназначены для разработки конструкторской документации: чертежей, моделей объектов, схем и т.д. Программа позволяет строить 2D и 3D чертежи любого назначения и сложности с максимальной точностью [13].

Сначала строим поверхность циклиды Дюпена. Для этого воспользуемся функцией «Выступ по направляющей» (рис. 1). Построение производим по направляющим, которыми являются два очерка циклиды и с помощью двух сечений разного диаметра. В результате всех построений получаем поверхность циклиды Дюпена (рис. 2).

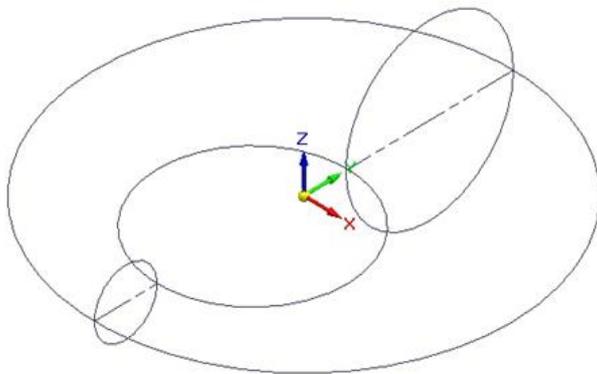


Рис. 1. Построение циклиды Дюпена по направляющей

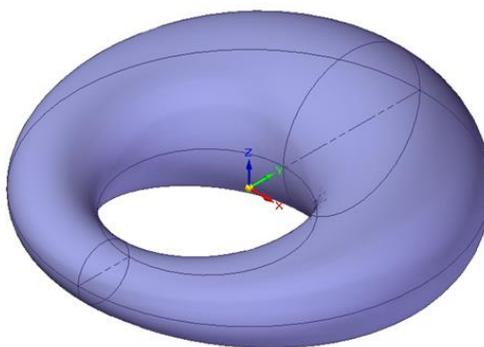


Рис. 2. Поверхность циклиды Дюпена

1. Тор. Самым простым по преобразованию из циклиды Дюпена и построению является поверхность тора. Для его получения исходные радиусы сечений задаем равными по наибольшему сечению, сохраняя размер наибольшего очерка циклиды Дюпена, то есть, сохраняя габарит циклиды. Для сравнения рассмотрим в одном масштабе поверхность исходной циклиды Дюпена (рис. 3 а) и полученную после ее преобразования поверхность тора (рис. 3 б). С этой задачей графическая программа справляется без сложностей и с наименьшей погрешностью изображения поверхности тора.

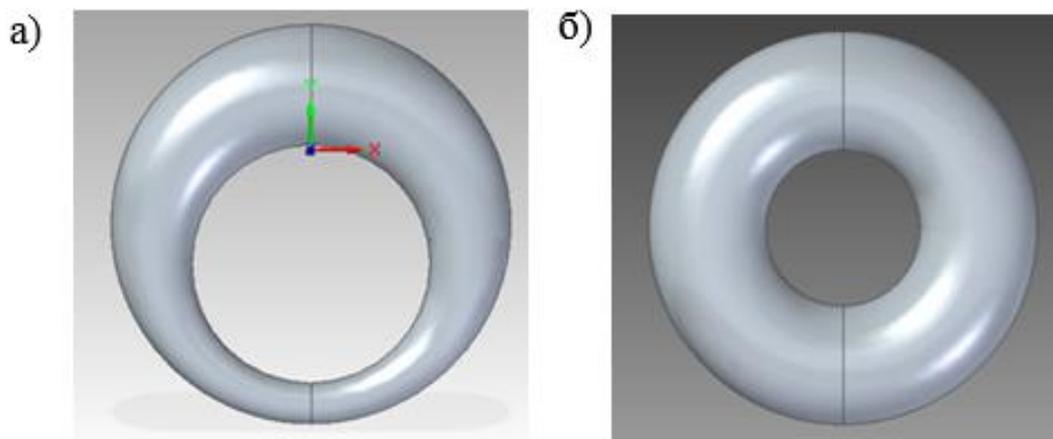


Рис. 3. Поверхность, выполненная в графической программе:
а) циклида Дюпена; б) поверхность тора

2. Цилиндр. Несколько сложнее в графической программе из поверхности циклиды получить цилиндр. Для его построения логично циклиду первым действием преобразить в тор, а затем изменить параметры: сохраняя размер сечений, увеличить диаметр внешней направляющей, очерка циклиды до максимально возможного значения, которое позволяет выполнить программа, устремляя тем самым это значение в бесконечность. Размер внутреннего очерка меняется в зависимости от значения диаметра внешнего очерка. Изучая полученную поверхность, получаем графическое изображение поверхности, внешние параметры которой приближены к параметрам цилиндра, где осевая и линии очерков приближены к прямым параллельным линиям (рис. 4. а, б). Погрешность изображения цилиндра, как частного случая циклиды, зависит на прямую от графических возможностей программы.

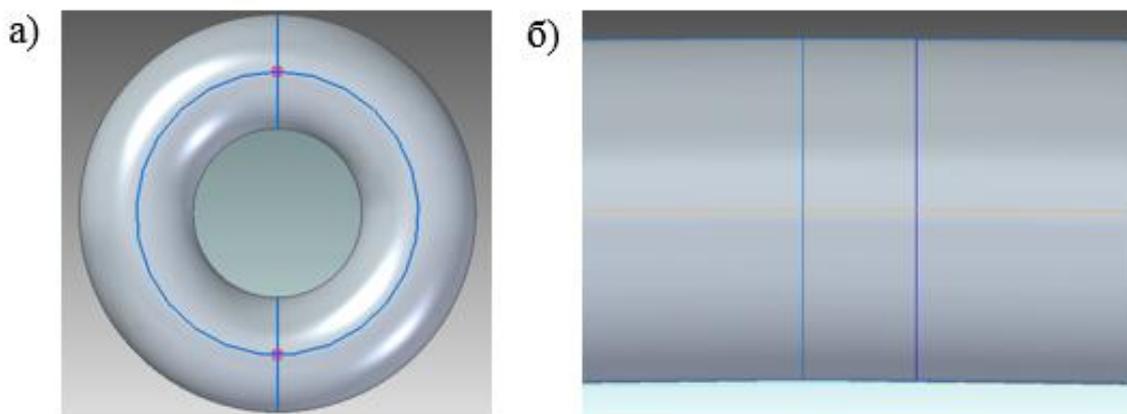


Рис. 4. Поверхность, выполненная в графической программе:
а) поверхность тора; б) поверхность цилиндра

3. Конус. Для получения поверхности конуса из циклиды первым действием преобразуют циклиду до нужных параметров, чтобы затем задать новые геометрические характеристики. Необходимыми параметрами циклиды для дальнейшего ее преобразования являются диаметры ее сечений, один из которых должно принимать значение, приближенное к нулю, чтобы свести это сечение к точке, а второй сохраняет свое исходное значение. Размер внешней направляющей сохраняем без изменений исходного значения, размер внутренней направляющей соответственно изменится. Затем полученную циклиду преобразуем для получения поверхности конуса. Для этого увеличиваем размер внешней направляющей до максимально возможного значения, которое позволяет выполнить программа, устремляя тем самым это значение в бесконечность. Размер внутреннего очерка вновь изменится в зависимости от значения диаметра внешнего очерка. Изучая полученную поверхность в том же масштабе, что и исходная циклида, получаем графическое изображение поверхности, внешние параметры которой приближены к параметрам конуса, где осевая линия приближена к прямой (рис. 5 а, б).

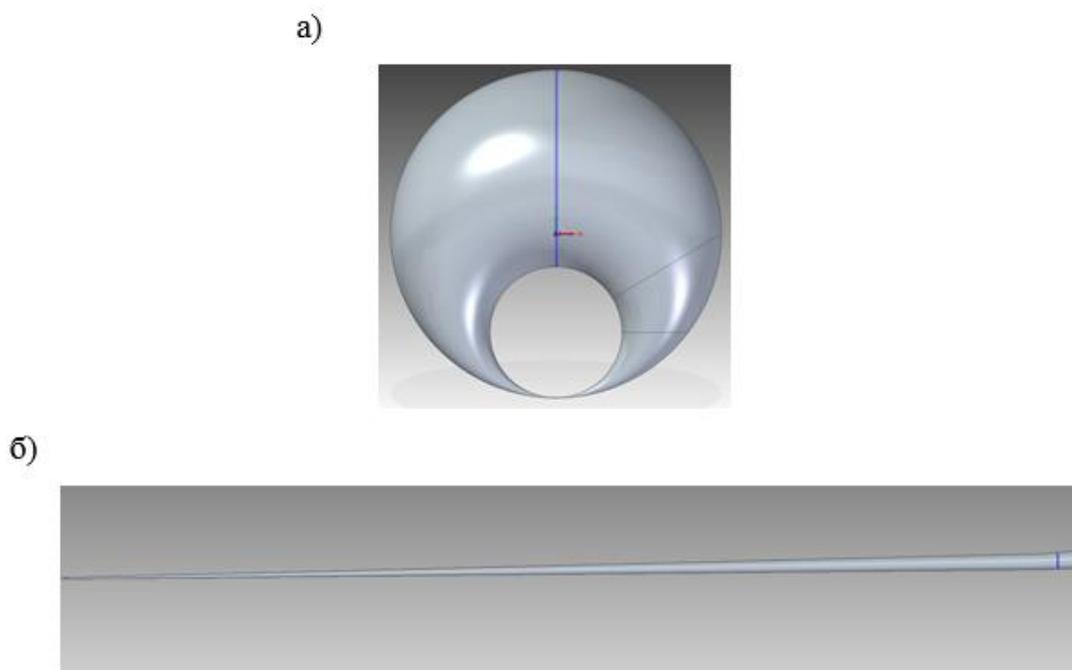


Рис. 5. Поверхность, выполненная в графической программе:
 а) поверхность циклиды; б) поверхность конуса

С целью определения точности построения исследуемых поверхностей в каждой компьютерной программе были построены необходимые сечения плоскостью. Разница между контурами сечений построенных поверхностей и контуром точного сечения образмерена и представлена относительной погрешностью изображения.

Исследуем тор. Особенности построения тора обеспечивают его точное изображение в компьютерной программе. Задавая конкретные значения параметров, размеров двух очерков и сечений, и проведя сравнительный анализ с идеальной моделью тора, получаем точное изображение поверхности. В обеих графических программах погрешность построения тора практически сведена к нулю.

Исследуем цилиндр. Поскольку диаметр внешней направляющей задается наибольшим значением, которое позволяет выполнить программа для построения данной поверхности, в каждой программе сталкиваемся с конкретными ограничениями.

Методом подбора этого параметра выяснилось, что в программе Solid Edge он ограничен значением, превышение которого не позволило выполнить привязку

геометрических элементов сечений к направляющей. Исследуя конечный результат построений с идеальной поверхностью цилиндра, находим погрешность построений. Поскольку размер сечения задается точным, оно не имеет погрешности в сравнении с идеальным сечением поверхности. Изменение «накапливается» по линиям очерков, которые геометрически стремятся в бесконечность, а значит стремятся стать прямой линией. Видимая разница (уклон) между идеальной прямой и полученным построением в определенном масштабе направляющими образмерена и представлена в виде относительной погрешности построений.

Ту же самую работу проделали в программе AutoCad. Выбор максимально возможного значения радиуса направляющей в этой программе делаем таким же. Приняв для исследования наибольшее конечное значение радиуса направляющей, программа без ограничений дальнейших действий строит поверхность. Так же исследуя конечный результат построений с идеальной поверхностью цилиндра, находим погрешность изображения цилиндра в этой программе. Исследование показало, что построение цилиндра и сохранение его в виде каркасной поверхности дает наименьшие погрешности.

Исследуем конус. Условием построения конуса является задание одного из исходных сечений в виде точки. Точка как геометрический элемент для разных графических программ читается и задается по-разному.

В ходе исследования в программе Solid Edge выяснилось, что задать одно из сечений конуса точкой, как элементом геометрии поверхности для дальнейших построений, не является возможным. Поскольку цель данной работы заключается в получении конуса из поверхности циклиды, параметрами построения которого были приняты два очерка и два сечения, то численное изменение задаваемых параметров должно привести к изменению геометрии циклиды до нужной поверхности. Задание точкой одного из сечений не дает этой возможности. Поэтому размеры одного из сечений принято задать минимально возможным числовым значением, которое допускает программа. Дальнейшие преобразования производятся, как для поверхности цилиндра, устремлением линии направляющей в бесконечность. Видимая разница (уклон) между образующими идеального конуса и полученным построением в определенном масштабе направляющими образмерена и представлена в виде относительной погрешности построений.

В программе AutoCad размеры одного из сечений так же принято задать минимально возможным числовым значением, которое допускает программа. Для построения поверхности конуса из поверхности циклиды задаем те же параметры, что и в программе Solid Edge.

Анализ полученных данных выявил следующую особенность. Относительная погрешность размеров сечений поверхностей разная в используемых программах, но не имеет существенных отличий. Поскольку искомые поверхности получаются преобразованием поверхности циклиды, что являлось целью работы, погрешность построений в программах обусловлена в большей степени не ограничениями самих графических программ, а условиями задаваемых параметров. Эта погрешность меняется в зависимости от количества геометрических действий и числового значения параметров.

Исследование показало, что изображение модели тора практически не имеет погрешности, исключая графические ограничения самих программ, поскольку эту поверхность получили изменением одного лишь параметра циклиды без предварительного преобразования поверхности. Построенная модель цилиндра обладает некоторой погрешностью изображения, поскольку один из задаваемых параметров своим значением устремляется в бесконечность, но ограничен некоторым конечным числом. Модель конуса после всех преобразований обладает самой большой погрешностью, так как два ключевых параметра своим значением относительны и ограничены условиями возможностей программ. Эта зависимость выражена графиком для каждой программы (рис. 6).

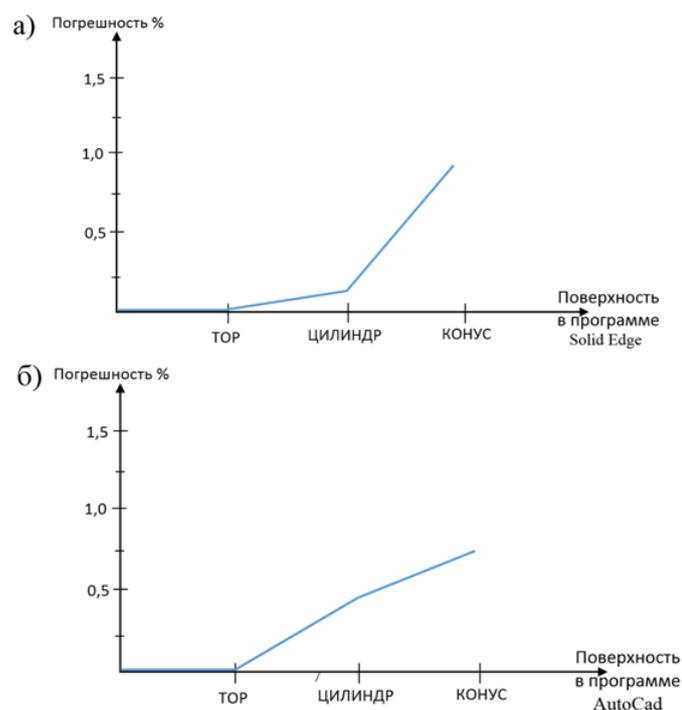


Рис. 6. Относительная погрешность размеров сечений поверхностей:
 а) в программе Solid Edge; б) в программе Auto Cad

В данной работе было проведено исследование поверхностей тора, цилиндра и конуса, как частные случаи циклиды Дюпена. Построение с помощью компьютерного моделирования показало, что эти простейшие поверхности второго порядка, возможно, получить преобразованием поверхности циклиды. Однако идеальная модель исследуемых поверхностей рассматриваемыми преобразованиями не может получиться. А конструирование поверхности тора, цилиндра и конуса с минимальной погрешностью возможно с помощью компьютерного моделирования их как самостоятельных геометрических поверхностей.

Литература

1. Иванов Г.С. Начертательная геометрия. М.: ФГБОУ ВПО МГУЛ Публ., 2012. 340 с.
2. Курс начертательной геометрии / Н.Ф. Четверухин [и др.]. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Гостехиздат, 1956. 435 с.
3. Сальков Н.А. Начертательная геометрия: базовый курс: учеб. пособие. М.: НИЦ Инфра-М, 2013. 184 с.
4. Берже М. Геометрия. М.: Мир, 1984. Т. 1. 500 с.
5. Берже М. Геометрия. М.: Мир, 1984. Т. 2. 368 с.
6. Давид Гильберт и Стефан Кон-Фоссен. Наглядная геометрия / пер. с нем. С.А. Каменецкого. М.-Л.: ОНТИ, 1936. 304 с.
7. Клейн Ф. Высшая геометрия. М.-Л.: ОНТИ, 1939. 399 с.
8. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона. URL: <https://gufo.me/dict/brockhaus> (дата обращения: 10.09.2018).
9. Dupin Ch. Développements de géométrié. P. 1813.
10. Сальков Н.А. Свойства циклид Дюпена и их применение // Журнал Геометрия и графика. 2017. Ч. 1. № 3. С. 16–25.
11. Сальков Н.А. Способы задания циклиды Дюпена // Журнал Геометрия и графика. 2017. № 3. С. 11–20.
12. Описание программы SOLID EDGE. URL: <http://www.cadprofy.com/catalog/CAD/Solid-Edge> (дата обращения: 10.09.2018).
13. AutoCAD для всех. URL: <http://dwglesson.ru/o-programme.html> (дата обращения: 10.09.2018).

References

1. Ivanov G.S. Nachertatel'naya geometriya. M.: FGBOU VPO MGUL Publ., 2012. 340 s.
2. Kurs nachertatel'noj geometrii / N.F. CHetveruhin [i dr.]. 2-e izd., pererab. i dop. M.: Gostekhizdat, 1956. 435 s.
3. Sal'kov N.A. Nachertatel'naya geometriya: bazovyy kurs: ucheb. posobie. M.: NIC Infra-M, 2013. 184 s.
4. Berzhe M. Geometriya. M.: Mir, 1984. T. 1. 500 s.
5. Berzhe M. Geometriya. M.: Mir, 1984. T. 2. 368 s.
6. David Gil'bert i Stefan Kon-Fossen. Naglyadnaya geometriya / per. s nem. S.A. Kameneckogo. M.-L.: ONTI, 1936. 304 s.
7. Klejn F. Vysshaya geometriya. M.-L.: ONTI, 1939. 399 s.
8. Ehnciklopedicheskij slovar' Brokgauza i Efrona. URL: <https://gufo.me/dict/brockhaus> (data obrashcheniya: 10.09.2018).
9. Dupin Ch. Développements de géométrié. P. 1813.
10. Sal'kov N.A. Svoystva ciklid Dyupena i ih primenenie // Zhurnal Geometriya i grafika. 2017. Ch. 1. № 3. S. 16–25.
11. Sal'kov N.A. Sposoby zadaniya ciklidy Dyupena // Zhurnal Geometriya i grafika. 2017. № 3. S. 11–20.
12. Opisaniye programmy SOLID EDGE. URL: <http://www.cadprofy.com/catalog/CAD/Solid-Edge> (data obrashcheniya: 10.09.2018).
13. AutoCAD dlya vsekh. URL: <http://dwglesson.ru/o-programme.html> (data obrashcheniya: 10.09.2018).