

Научная статья

УДК 51-74:614.842.4; DOI: 10.61260/2218-13X-2025-2-14-21

ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДНЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПРИ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПОЖАРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

✉ Кожевин Дмитрий Федорович.

Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург, Россия

✉ Yagmort_KDF@mail.ru

Аннотация. Предложен новый метод анализа данных – средняя эллиптическая величина, предназначенный для оценки эффективности подразделений МЧС России на основе показателей пожарного риска. Классические методы, такие как арифметическое или геометрическое среднее, а также медиана, имеют существенные ограничения: они не учитывают взаимосвязи между признаками, чувствительны к асимметрии распределения и экстремальным значениям. Средняя эллиптическая величина лишена этих недостатков, интерпретируя данные как точки на эллипсе, где границы задаются максимальным и минимальным значениями выборки. Метрика вычисляется через взвешенное усреднение, где вес каждого элемента определяется его «геометрическим вкладом» в общую структуру данных, что снижает влияние выбросов.

Сравнение средней эллиптической величины с традиционными метриками демонстрирует её преимущества. Например, в выборке с резким дисбалансом значений (один максимум и несколько минимумов) среднее арифметическое дает завышенную оценку, тогда как средняя эллиптическая величина, благодаря учету весов дуг, отражает доминирование минимальных значений. Аналогично, для данных с мультипликативной природой средней эллиптической величины сохраняет чувствительность к максимальным значениям, в отличие от среднего геометрического, которое может искажаться при наличии нулей.

Практическое применение метода протестировано на примере оценки пожарных рисков в 18 районах гипотетического населенного пункта. Традиционное среднее арифметическое оказалось смещено в сторону экстремальных значений, что искажало общую картину. Средняя эллиптическая величина, напротив, обеспечила более объективную оценку за счет взвешивания данных по их «геометрической значимости».

Работа подчеркивает, что средняя эллиптическая величина объединяет статистический и геометрический подходы. Это делает её эффективной для анализа асимметричных распределений и данных с выраженными выбросами. Метод может быть использован в задачах, где классические метрики дают смещенные результаты, например, при оценке рисков или ранжировании сложных многомерных данных.

Ключевые слова: центральная тенденция, эффективность, эллипс, радиус, массив данных

Для цитирования: Кожевин Д.Ф. Применение средней эллиптической величины при оценке эффективности обеспечения пожарной безопасности // Науч.-аналит. журн. «Вестник С.-Петерб. ун-та ГПС МЧС России». 2025. № 2. С. 14–21. DOI: 10.61260/2218-13X-2025-2-14-21.

Scientific article

APPLICATION OF THE MEAN ELLIPTICAL VALUE IN ASSESSING THE EFFECTIVENESS OF FIRE SAFETY

✉ Kozhevin Dmitriy F.

Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia, Saint-Petersburg, Russia

✉ Yagmort_KDF@mail.ru

Abstract. The paper proposes a new method of data analysis – the average elliptical value, designed to assess the effectiveness of EMERCOM of Russian units based on fire risk indicators. Classical methods such as the arithmetic or geometric mean, as well as the median, have significant limitations. They do not take into account the relationship between the features, and are sensitive to distribution asymmetries and extreme values. The average elliptical value is devoid of these disadvantages, interpreting the data as points on an ellipse, where the boundaries are set by the maximum and minimum values of the sample. The metric is calculated through weighted averaging, where the weight of each element is determined by its «geometric contribution» to the overall data structure, which reduces the impact of outliers.

Comparing the average elliptical value with traditional metrics demonstrates its advantages. For example, in a sample with a sharp imbalance of values (one maximum and several minima), the arithmetic mean gives an overestimate, while the elliptical average, due to the weights of the arcs, reflects the dominance of the minimum values. Similarly, for data with a multiplicative nature, the elliptical average remains sensitive to maximum values, unlike the geometric average, which can be distorted in the presence of zeros.

The practical application of the method is tested using the example of fire risk assessment in 18 districts of a hypothetical settlement. The traditional arithmetic mean turned out to be biased towards extreme values, which distorted the overall picture. The average elliptical value, on the contrary, provided a more objective assessment by weighing the data according to their «geometric significance».

The work highlights that the elliptical mean value combines statistical and geometric approaches, which makes it effective for analyzing asymmetric distributions and data with pronounced outliers. The method can be used in tasks where classical metrics give biased results, for example, when assessing risks or ranking complex multidimensional data.

Keywords: central trend, efficiency, ellipse, radius, data array

For citation: Kozhevin D.F. Application of the mean elliptical value in assessing the effectiveness of fire safety // Scientific and analytical journal «Vestnik Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia». 2025. № 2. P. 14–21. DOI: 10.61260/2218-13X-2025-2-14-21.

Введение

При проведении исследования эффективности деятельности надзорных органов МЧС России по критерию среднего значения величины пожарного риска [1, 2] возникла необходимость в определении метрики, относительно которой возможно ранжировать подразделения по степени эффективности.

В статистике и анализе данных выбор метрики для усреднения или описания центра распределения является критически важным. Классические средние (арифметическое, геометрическое, гармоническое) и медиана – стандартные инструменты для:

- сокращения сложности данных до одного числа;
- сравнения различных выборок;
- принятия решений в условиях неопределенности.

Однако в многомерных пространствах применение классических средних (арифметическое, геометрическое, гармоническое) и медианы сопряжено со следующими недостатками:

- игнорирование корреляции между признаками;
- нечувствительность к анизотропии распределения;
- неадекватность при наличии выбросов.

Основная часть

Современный анализ данных требует методов, способных учитывать нелинейные зависимости и асимметрию распределений. В данной работе предлагается инновационный подход, основанный на «средней эллиптической величине» (СЭВ) – метрике, которая интерпретирует массив данных как точки на эллипсе. Максимальное и минимальное значения массива задают полуоси эллипса, а СЭВ вычисляется через усреднение радиусов по длине дуги квадранта. Такой подход позволяет учитывать «геометрию» данных, включая экстремальные значения и неоднородности.

Каждому элементу массива, ранжированному от наибольшего к наименьшему, соответствует уникальный угол θ_i в квадранте эллипса ($0 \leq \theta \leq \pi/2$). Максимальное значение массива задаёт большую полуось $a = x_{\max}$, минимальное – малую полуось $b = x_{\min}$, а СЭВ отражает усреднённый радиус по длине дуги, что позволяет анализировать данные в контексте их «геометрической плотности». Схема интерпретации массива данных в дугу эллипса приведена на рис. 1.

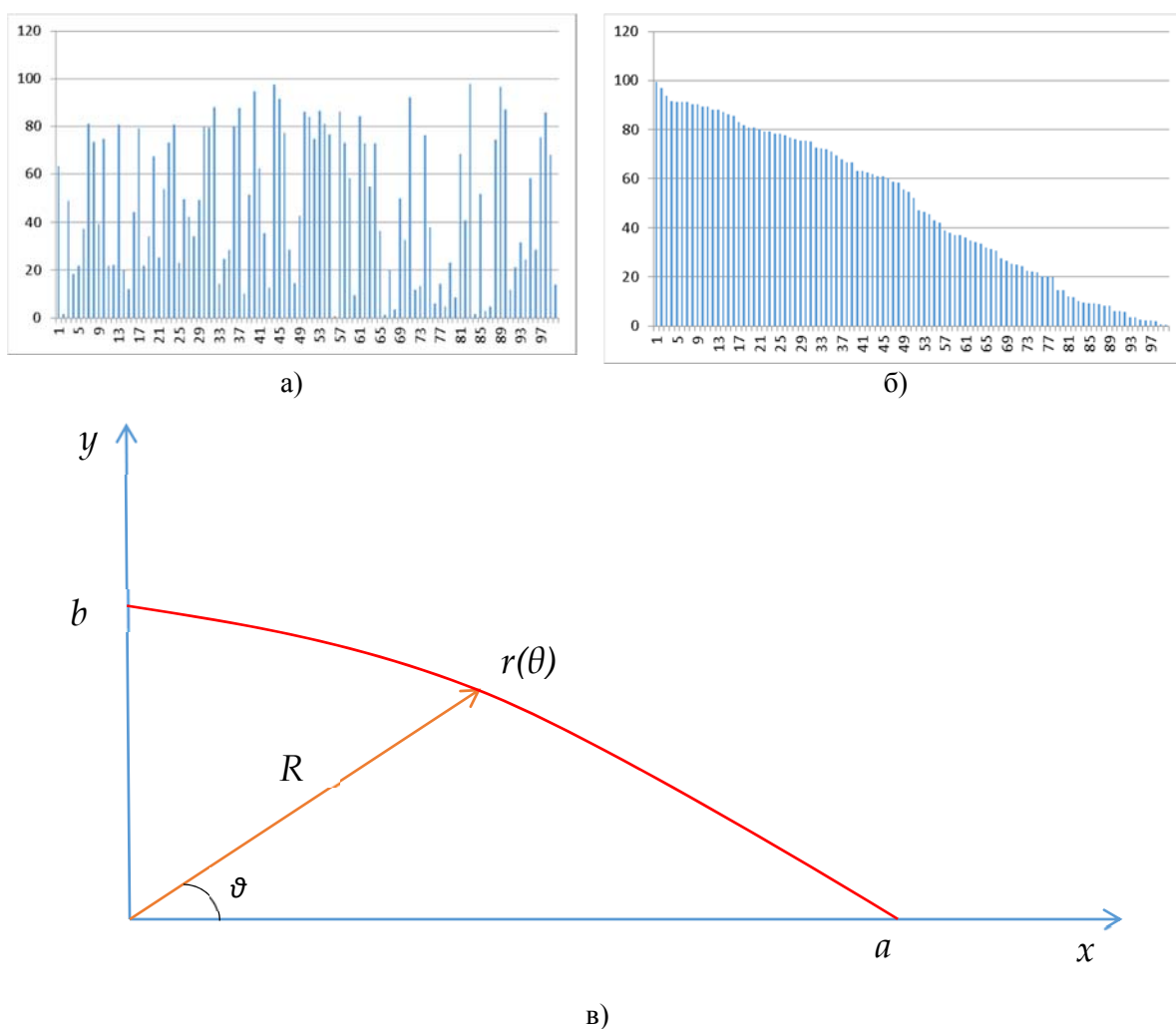


Рис.1. Интерпретация массива данных в виде дуги эллипса

Алгоритм определения средней эллиптической величины

Определение средней эллиптической величины осуществляется в несколько этапов.

Этап №1. Ранжирование массива данных $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ производится по убыванию $x_{\max} = x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_N = x_{\min}$.

Этап №2. Для i -го элемента (с рангом i) угол вычисляется по формуле:

$$\theta_i = \frac{i}{N} \cdot \frac{\pi}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

При $i=1$ (максимум) угол $\theta_1 = \frac{\pi}{2 \cdot N} \approx 0$ (близко к малой полуоси « b »), при $i=N$ (минимум): $\theta_N = \frac{\pi}{2}$ (большая полуось « a »).

Этап №3. Каждому x_i соответствует точка, определенная по формуле:

$$(x_i, y_i) = (a \cdot \cos \theta_i, b \cdot \sin \theta_i). \quad (2)$$

При этом для каждого значения угла определен радиус точки по следующей формуле:

$$r(\theta_i) = \frac{a \cdot b}{\sqrt{b^2 \cdot \cos^2 \theta_i + a^2 \cdot \sin^2 \theta_i}}. \quad (3)$$

Этап №4. Определение длины дуги (ΔL_i) между соседними точками θ_i и θ_{i+1} осуществляется по следующей формуле:

$$\Delta L_i = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \sqrt{a^2 \cdot \sin^2 \theta + b^2 \cdot \cos^2 \theta} d\theta. \quad (4)$$

При этом для больших массивов ($N \gg 1$):

$$\Delta L_i \approx \sqrt{a^2 \cdot \sin^2 \theta_i + b^2 \cdot \cos^2 \theta_i} \Delta \theta_i, \quad (5)$$

где $\Delta \theta_i = \theta_{i+1} - \theta_i = \frac{\pi}{2 \cdot N}$.

Этап №5. Определение суммарной длины дуги в квадранте:

$$L_{quad} = \sum_{i=1}^{N-1} \Delta L_i. \quad (6)$$

Этап №6. Определение СЭВ. СЭВ – взвешенное среднее радиусов точек, где веса пропорциональны длине дуги:

$$СЭВ = \frac{1}{L_{quad}} \sum_{i=1}^{N-1} r(\theta_i) \Delta L_i. \quad (7)$$

Сравнение СЭВ с классическими средними

Все известные центральные тенденции (метрики) применимы для анализа различных видов данных. Однако ограничения каждой метрики подчеркивают необходимость их комплексного применения. Среднее бесполезно при работе с категориями или сильных выбросах, мода может быть неоднозначной или отсутствовать, а медиана игнорирует крайние значения, теряя часть информации. Гармоничное сочетание этих подходов, подкрепленное визуализацией, превращает данные в историю, где числа обретают контекст.

Предлагаемая новая центральная тенденция обладает рядом преимуществ в сравнении с известными метриками.

Сравнение СЭВ с основными центральными тенденциями представлено в таблице.

Таблица

Сравнение СЭВ с основными метриками

Объект сравнения	Формула	Недостаток объекта	Пример	Значение СЭВ
Среднее арифметическое [3]	$M_{ариф} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$	Не учитывает «геометрию» распределения	Например, для данных {100,1,1,1} $M_{ариф}=25.75$	СЭВ ≈ 3.2 (длина дуги доминирует около x_{min})
Среднее геометрическое [4, 5]	$M_{геом} = \left(\prod_{i=1}^N x_i \right)^{1/N}$	Присутствие нулевого значения в массиве данных приводит к обнулению среднего геометрического. Среднее геометрическое актуально только для данных с мультипликативной природой	Для {8,2,2,2} $M_{геом}=2.83$	СЭВ ≈ 3.5 (учитывает вклад x_{max} через длину дуги)

Используя формулы 1–7 по этапам 1–6 определено значение СЭВ для произвольных массивов данных (рис. 1, 2).

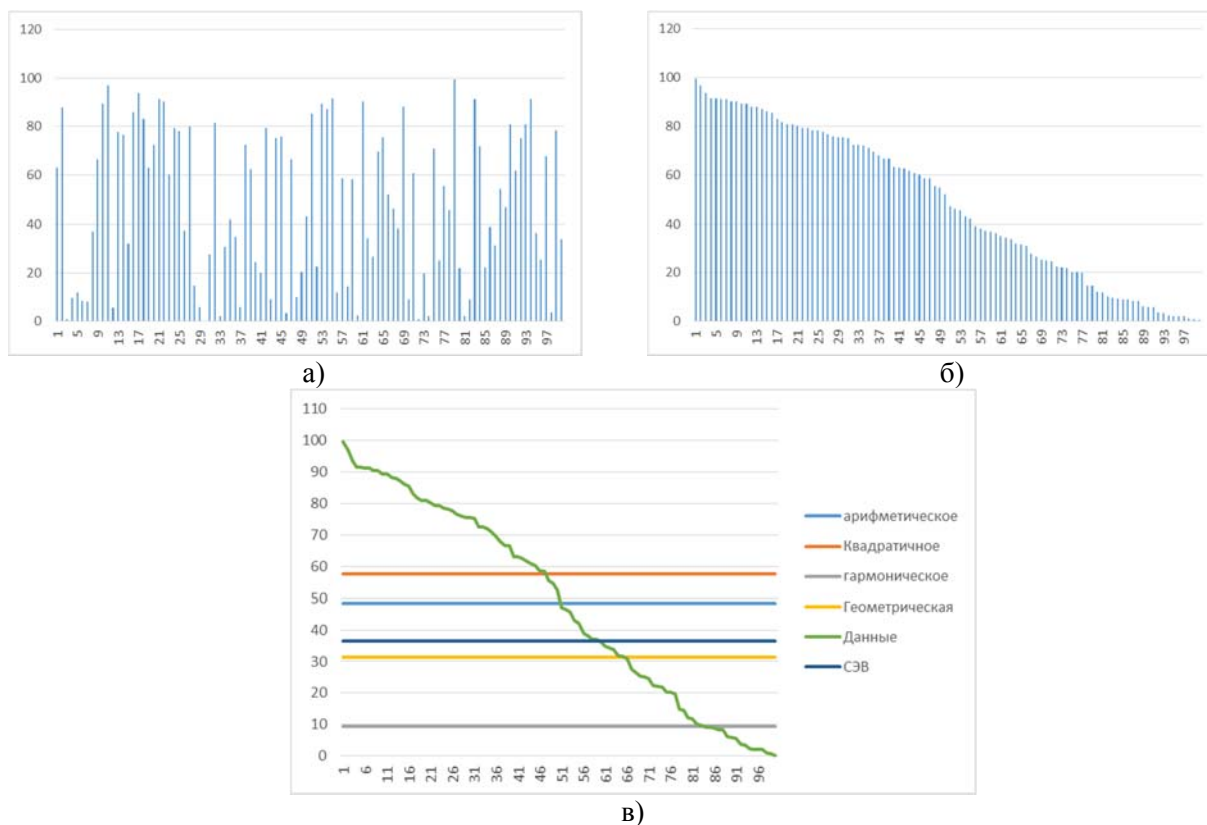


Рис. 1. Сравнение основных центральных тенденций при анализе произвольного массива (X_1) данных

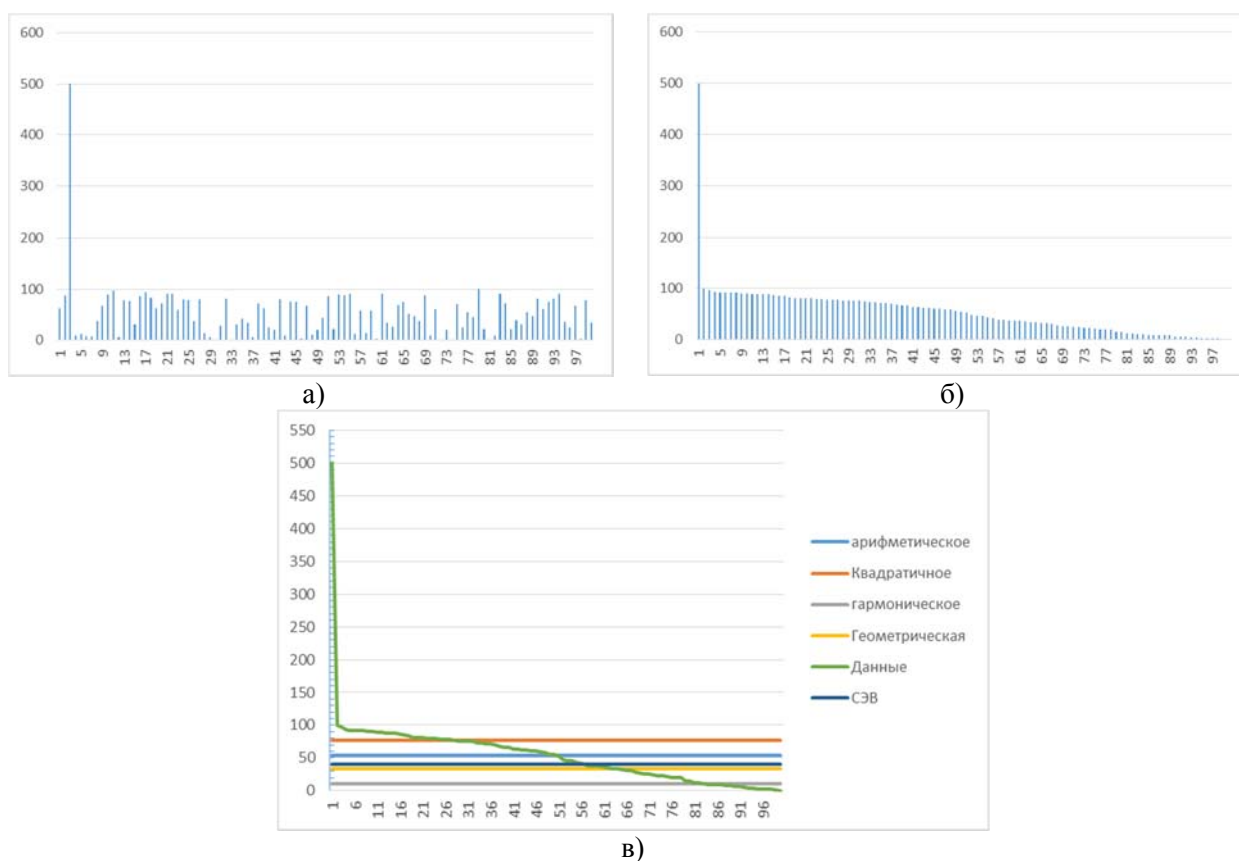


Рис. 2. Сравнение основных центральных тенденций при анализе произвольного массива (X_2) данных

Для визуального анализа значения всех основных видов центральных тенденций представлены в виде радиусов квадранта эллипса, приведенных на рис. 4.

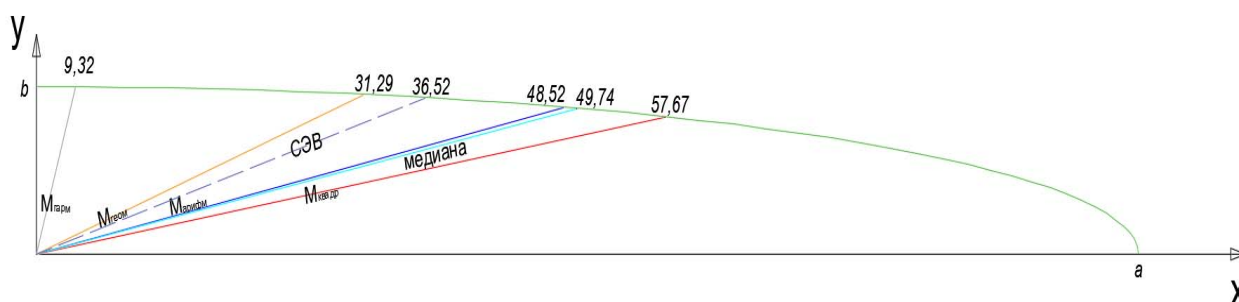


Рис. 3. Представление основных видов центральных тенденций в виде радиусов квадранта эллипса

Применение СЭВ

Для гипотетического региона, состоящего из 18 районов, проведена оценка эффективности деятельности подразделений в текущем году, при этом соотнесены значения обобщенного риска по каждому району за период с 2016 по 2023 г. и 2024 г., полученные данные представлены в виде гистограммы (рис. 5).

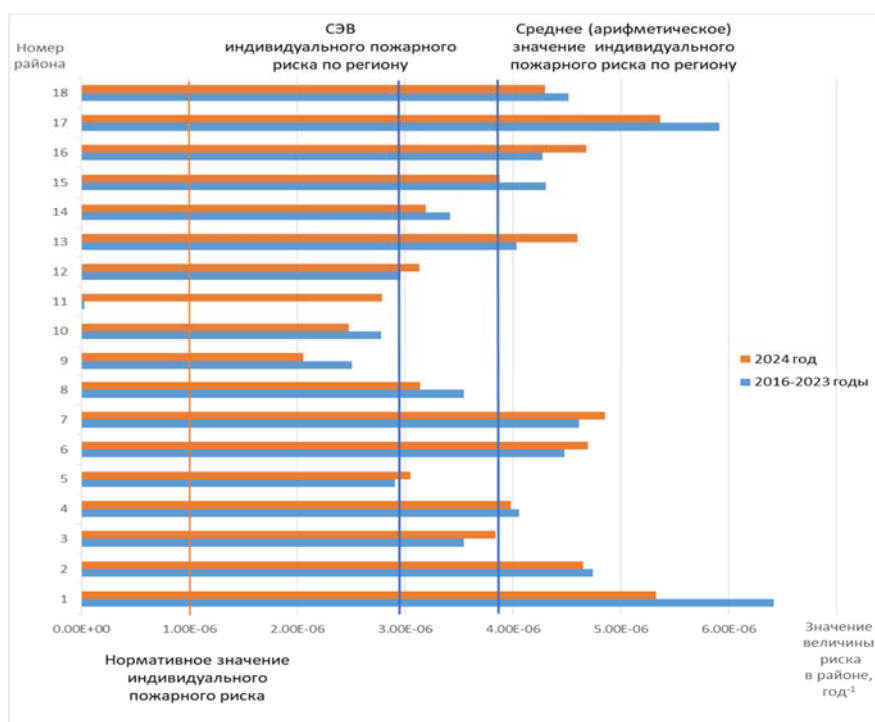


Рис. 4. Изменение обобщённой величины пожарного риска по районам в течение года

Из рис. 5 видно, что среднее арифметическое сильно смещено в сторону максимальных значений. Это искажает общую картину и не позволяет объективно оценить эффективность подразделений. СЭВ с учетом того, что при его определении учитывается вклад (вес) каждого значения в общую картину через (ΔL_i) дает более объективную картину. Поэтому в проведенном исследовании в качестве центральной тенденции выбрана именно СЭВ.

Заключение

СЭВ предоставляет уникальный инструмент для анализа данных, сочетая статистические и геометрические подходы. Её применение особенно эффективно в задачах с выраженной асимметрией, где традиционные метрики дают смещённые оценки.

Применение СЭВ при оценке эффективности обеспечения пожарной безопасности позволит повысить объективность оценки результатов исследования в области эффективности организационно-технических систем.

Список источников

1. Кожевин Д.Ф. Регулирование деятельности надзорных органов в области пожарной безопасности как части государственного и муниципального контроля // Природные и техногенные риски (физико-математические и прикладные аспекты). 2024. № 4 (52). С. 6–13. DOI: 10.61260/2307-7476-2024-4-6-13.
2. Кожевин Д.Ф. Оценка деятельности надзорных органов в области пожарной безопасности как части государственного и муниципального контроля // Науч.-аналит. журн. «Вестник С.-Петерб. ун-та ГПС МЧС России». 2024. № 3. С. 14–25. DOI: 10.61260/2218-130X-2024-3-14-25.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. СПб, 2000. 831 с.
4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио, 1968. 504 с.
5. Смирнов Н.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., 1965. 512 с.

References

1. Kozhevin D.F. Regulirovanie deyatel'nosti nadzornyh organov v oblasti pozharnoj bezopasnosti kak chasti gosudarstvennogo i municipal'nogo kontrolya // Prirodnye i tekhnogennye riski (fiziko-matematicheskie i prikladnye aspekty). 2024. № 4 (52). S. 6–13. DOI: 10.61260/2307-7476-2024-4-6-13.
2. Kozhevin D.F. Ocenka deyatel'nosti nadzornyh organov v oblasti pozharnoj bezopasnosti kak chasti gosudarstvennogo i municipal'nogo kontrolya // Nauch.-analit. zhurn. «Vestnik S.-Peterb. un-ta GPS MCHS Rossii». 2024. № 3. S. 14–25. DOI: 10.61260/2218-130X-2024-3-14-25.
3. Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike. SPb, 2000. 831 s.
4. Levin B.R. Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki. M.: Sovetskoe radio, 1968. 504 s.
5. Smirnov N.V. Kurs teorii veroyatnostej i matematicheskoy statistiki. M., 1965. 512 s.

Информация о статье:

Статья поступила в редакцию: 13.05.2025; одобрена после рецензирования: 23.06.2025;
принята к публикации: 26.06.2025

The information about article:

The article was submitted to the editorial office: 13.05.2025; approved after review: 23.06.2025;
accepted for publication: 26.06.2025

Информация об авторах:

Кожевин Дмитрий Федорович, начальник кафедры физико-химических основ процессов горения и тушения Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России (196105, Санкт-Петербург, Московский пр., 149), кандидат технических наук, доцент, e-mail: Yagmort_KDF@mail.ru, SPIN-код: 9647-7196

Information about authors:

Kozhevin Dmitry F., head of the department of physico-chemical foundations of gorenje and extinguishing processes of Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia (196105, Saint-Petersburg, Moskovsky ave., 149), candidate of technical sciences, associate professor, e-mail: Yagmort_KDF@mail.ru, SPIN: 9647-7196